



**FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y
URBANISMO**

**ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE
INGENIERÍA ECONÓMICA**

TESIS

**INCORPORACIÓN DE PREFERENCIAS
ESTOCÁSTICAS Y TECNOLOGÍA ENDÓGENA AL
MODELO CICLO REAL DE NEGOCIOS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO ECONOMISTA**

Autor:

Bach. Hurtado Villegas Oscar Mijail

Chiclayo, del 2017

INCORPORACIÓN DE PREFERENCIAS ESTOCÁSTICAS Y TECNOLOGÍA ENDÓGENA AL MODELO CICLO REAL DE NEGOCIOS

Aprobación del informe de investigación

Magister Nelson Alejandro Puyen Farias

Asesor metodólogo

Magister Yober Oblitas Díaz

Presidente del jurado de tesis

Magister Máximo Damián Valdera

Secretario del jurado de tesis

Magister Nelson Alejandro Puyen Farias

Vocal del jurado de tesis

Agradecimiento

Emprender un proyecto de estas magnitudes requiere siempre la ayuda de muchas personas, las cuales aportan con su sapiencia a enriquecer cada vez más la investigación, por ello me es de sumo placer utilizar este espacio para agradecer a las siguientes personas, que no están mencionadas en grado de importancia, porque todas han aportado y a las cuales deseo dar mi más profundo agradecimiento.

Debo agradecer a mis padres por siempre haberme dado el ánimo a seguir adelante y no dejarme vencer por las adversidades, a mi hermana por haberme entendido en todo momento y ser mi ejemplo a seguir, a fray Dante Villanueva que compartió conmigo momentos de estudios filosóficos donde supo escuchar mi visión del mundo económico, explicándome que no todo es movido por la razón en la vida, al Doctor Ciro Bazán con quién compartí excelentes conversaciones que me brindaron el sustento matemático que dio comienzo a mi investigación, al Ingeniero Cesar Samillán por haberme alentado a seguir con mi tema de investigación y brindarme su ayuda, a la Doctora Liz Morales que siempre estuvo ahí para responderme de la manera más amable mis a veces banales preguntas, al MBA Nelson Puyén quién me ayudó a lo largo de mi recorrido por nuestra casa de estudios, a mis grandes amigos Elias Carlos Velásquez, Erick Asencios Arenas, Enrique Infante Ataurima y Allison Romero Arévalo con los que siempre he debatido, logrando esclarecer grandes ideas que a veces las encontraba oscurecidas.

Sería imposible mencionar a todas las personas que me han ayudado a comenzar esta investigación por eso mismo, a todos, muchas gracias.

Dedicatoria

A Oscar Hurtado y Nadia Villegas, mis padres,
a Nadia, mi hermana, a Aurel y a todo soñador
que cree que siempre existe algo nuevo por
explorar en este mundo.

Índice

Agradecimiento	iii
Dedicatoria	iv
Índice	v
Resumen	viii
Abstract	ix
Introducción	x
CAPITULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1. Situación problemática	2
1.2. Formulación del problema.	8
1.3. Delimitación.....	8
1.4. Limitación.....	8
1.5. Justificación.....	8
1.6. Objetivos	9
CAPITULO II. MARCO TEÓRICO.....	10
2.1. Antecedentes de la investigación.	11
2.2. Bases teórico científicas.	17
2.3. Definición de términos básicos.	26
CAPITULO III. MARCO METODOLÓGICO.....	30
3.1. Tipo y diseño de la investigación.....	31
3.2. Población y muestra	31
3.3. Hipótesis	31
3.4. Variables.....	31
3.5. Operacionalización.....	32
3.6. Abordaje metodológico, técnicas e instrumentos para la recolección de datos	33
3.7. Procedimiento de recolección de datos.....	34
3.8. Plan de análisis estadístico de datos.....	35
3.9. Criterios éticos	35
3.10. Criterios de rigor científico	35
CAPITULO IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	36
4.1. Resultados.	37
4.2. Discusión de los resultados.....	69
CAPITULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	72
4.1. Conclusiones.	73
4.2. Recomendaciones.	74
Referencias bibliográficas	75
ANEXOS	80
ANEXO N° 1.....	80
ANEXO N° 2.....	85

Índice de Figuras

Figura 1: Función W de Lambert	25
Figura 2: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	57
Figura 3: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	58
Figura 4: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	61
Figura 5: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	62
Figura 6: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	63
Figura 7: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	66
Figura 8: Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables.....	67
Figura 9: Comparación de cambio en las preferencias.....	68
Figura 10: Comparación de cambio en las preferencias.....	68

Índice de Tablas

Tabla 1 Operacionalización de variables.....	32
Tabla 2 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	33
Tabla 3 Formas en las que se trabajó las aproximaciones empíricas de las variables.....	34
Tabla 4 Coeficientes estimados.....	55
Tabla 5 Valores de los parámetros	55
Tabla 6 Coeficientes estimados.....	59
Tabla 7 Valores de los parámetros	59
Tabla 8 Coeficientes estimados.....	64
Tabla 9 Valores de los parámetros	64
Tabla 10 Datos de las variables para Perú.....	80
Tabla 11 Datos de las variables para Los Estados Unidos de América.....	82
Tabla 12 Datos de las variables para la Unión Europea.....	84

Índice de Ecuaciones

Ec. 1.....	19
Ec. 2.....	22
Ec. 3.....	23
Ec. 4.....	23
Ec. 5.....	25
Ec. 6.....	25
Ec. 7.....	26
Ec. 8.....	41
Ec. 9.....	41
Ec. 10.....	41
Ec. 11.....	44
Ec. 12.....	46
Ec. 13.....	47
Ec. 14.....	47
Ec. 15.....	47

Ec. 16.....	48
Ec. 17.....	48
Ec. 18.....	48
Ec. 19.....	48
Ec. 20.....	48
Ec. 21.....	48
Ec. 22.....	48
Ec. 23.....	49
Ec. 24.....	49
Ec. 25.....	49
Ec. 26.....	49
Ec. 27.....	50
Ec. 28.....	50
Ec. 29.....	50
Ec. 30.....	52
Ec. 31.....	52
Ec. 32.....	53
Ec. 33.....	53
Ec. 34.....	54

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo la incorporación de preferencias estocásticas y tecnología endógena al modelo Ciclo Real de Negocios.

La bases teóricas sobre las cuales se sustenta la investigación recae en la Teoría del Ciclo Real de Negocios, las preferencias estocásticas, y la tecnología endógena. El modelo fue resuelto usando el método de programación dinámica según Bazán (2013). La investigación comenzó con la revisión de los datos de las variables Preferencias (P), Tecnología (A), y h (que recoge la inversión que impulsa la tecnología), los cuales serán trimestrales, segundo trimestre de 1981 al segundo trimestre del 2016 para Perú y Estados Unidos, y del segundo trimestre de 1995 al segundo trimestre del 2016 para la Unión Europea.

La investigación cuenta con dos hipótesis, la primera es que el valor del parámetro de la irracionalidad (ξ) para Perú es de un valor menor a diferencia del valor para Estados Unidos y de la Unión Europea; y la segunda es que el valor de tecnología endógena en estado estacionario (α_{ee}) para Perú es menor que el valor obtenido para Estados Unidos y para la Unión Europea.

Se concluye que el Perú, presenta un nivel de racionalidad mucho mayor que sus pares americanos y europeos, también que su nivel de tecnología es menor al de ellos, comprobándose las hipótesis. De esta manera se evidencia la necesidad de plantear políticas que tengan como punto de partida al territorio y a la población.

Palabras claves: Ciclo real, tecnología, preferencias, racionalidad, estado estacionario, territorio

Abstract

People are the real owner of economic growth in their territory. This enquiry begins adding stochastic preferences and the endogenous technology to Real Business Cycle model, because it is necessary create a model which be able to show how households changes their preferences through time.

The Real Business Cycle with SP and ET was solved such as it was done by Bazan (2013), its calibration was done changing its steady-space equations. The technogy's parameters were estimated for Peru, United States of America and the European Union, the results showed the reality of Peru and the USA but they were not good to the UE because of the data is not enough to do the estimation. Economies do not see their necessities and adopt fiscal and monetary policies from foreign countries cannot have growth and development at the same time, the only way to have a gap almost zero between growth and development is design economic policies subject to their territory.

Key words: Real cycle, technology, preferences, racionality, steady state, territory.

Introducción

Desde que en Kydland y Prescott propusieran el modelo matemático Ciclo Real de Negocios (RBC por sus siglas en inglés) basados en el modelo de crecimiento de Ramsey, el avance paulatino no ha sido el suficiente porque solo se han logrado incorporar variaciones como la aplicación de un sistema financiero y cambios en la oferta laboral.

Las investigación realizadas por Kydland (1989) y Romer (1989) sobre la teoría del crecimiento económico, donde hablan de la tecnología exógena como motor de todas las variables, muestran un vacío de sus investigación por lo que las hipótesis de esta investigación son: Perú, posee menor tecnología en estado estacionario que EUA y UE, además de que Perú, posee un η (coeficiente de racionalidad) mayor que EUA y UE. El objetivo general: Incorporar Preferencias Estocásticas y Tecnología Endógena al Modelo RBC, y sus objetivos específicos, el primero, la identificación de la función de utilidad, el segundo, especificación de la función de tecnología, el tercero, desarrollo del modelo y el cuarto a su vez el último, análisis de los resultados; de esta manera la investigación es importante desde el punto de vista teórico por la necesidad de modificar la teoría, metodológico, porque aunque utiliza una metodología usada ya, se evidencia que con la misma metodología se pueden resolver nuevas investigaciones en el campo; también muestra la importancia a nivel académico, por tratar de amalgamar teorías que todo el mundo considera contrapuestas.

El primer capítulo habla sobre la situación problemática que se encontró en todos los modelos económicos, en el segundo capítulo se detalla toda la base teórica que sustentan la nueva anexión, en el capítulo tres se habla de la parte metodológica de la investigación y ahí mismo se exponen las dos hipótesis sobre los valores de η y tecnología en estado estacionario para los territorios estimados; en el capítulo cuatro se detalla todo el modelo estructurado en la forma de los objetivos específicos, cabe mencionar que ahí mismo se discuten los resultados comparándolos con los antecedentes, donde se hicieron otro tipo de modificaciones al modelo, finalmente se llegan a las conclusiones y recomendaciones.

CAPITULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Situación problemática

1.1.1. Internacional

Las fluctuaciones del PIB, también llamadas ciclos económicos, han sido sujeto de estudios desde el siglo XIX, donde comenzó la primera gran crisis del capitalismo, como lo explica la serie *The men who built America* (Reams y Magan, 2012). Los estudios comenzaron con el pensamiento de la escuela austriaca, siguiendo los neokeynesianos como Samuelson y después con los monetaristas, Milton Friedman y Robert E. Lucas, en los 70'; hasta los estudios matemáticos y econométricos neokeynesianos de Kydland, Prescott y David Romer a mediados de los años 80' y 90' que sentaron las bases para las investigaciones de los modelos de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés) en la actualidad.

Las investigaciones neokeynesianas en el ciclo real toman las propuestas metodológicas de la teoría del crecimiento neoclásico, como el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans y el modelo Solow-Swan, así mismo “el análisis del ciclo real de negocios investiga el rol de los factores neoclásicos en la forma del carácter de las fluctuaciones económicas” (King, Plosser, y Rebelo, 1988,p.195) quiere decir que ante una comunidad de ideas matemáticas-neoclásicas plenas, es necesario comprobarlas en el ámbito de su misma teoría, apartándose de la idea del ciclo económico propuesto por la teoría austriaca; en la cual se plantea un ciclo plenamente financiero que afecta la parte real mas un ciclo de forma puramente real, además de ser planteado sin una formulación matemática.

A partir de los años 90', siguieron estudios que primaron en la comprobación del filtro Hodrick-Prescott, el cual “...descompone una serie de tiempo a través de componentes cíclicas y de crecimiento tal como lo muestra la ecuación, $y(t) = g(t) + c(t)$ donde $y(t)$ es el logaritmo natural de la serie observada, $g(t)$ es la componente de crecimiento, y $c(t)$ es la componente cíclica. Para identificar las dos componentes, Hodrick y Prescott minimizan la varianza de $c(t)$ sujeta a una penalidad por variación en la segunda diferencia de $g(t)$ ” (Cogley y Nason, 1995, p.256). Los estudios comenzaron con supuestos restrictivos de economías cerradas pero a unos años de su aparición se expandió

a economías abiertas, hablando de un ciclo económico internacional como lo expresaron (Backus, Kehoe, y Kydland, 1992) quienes observaron que en una economía cerrada los shocks tecnológicos estaban correlacionados positivamente con el consumo y la inversión, aun cuando en el mundo la experiencia demuestra que esta correlación es imperfecta. La idea de tener en cuenta una economía global o abierta coaccionada por un sistema financiero se arraiga desde este punto en la historia económica, dado que la corriente nekeynesiana toma en cuenta los postulados heterodoxos de economistas que hablaban de regulación financiera. Por esos años se encontraba a la cabeza de la FED (Reserva Federal Americana) el economista Alan Greenspan, quien permitió la liberalización de la banca de la inversión para que EUA (Estados Unidos de América) pueda seguir creciendo, motivo por el cual sería duramente criticado al estallar la crisis financiera del año 2008. A partir del modelo RBC internacional se llegó a que la producción agregada junto con el consumo se encuentran más correlacionadas a diferencia del modelo RBC básico; del mismo modo la volatilidad de la inversión y las exportaciones netas caen rápidamente ante la introducción de pequeñas fricciones en el comercio (Backus, et al, 1992, p.772) debido a que la aparición de fricciones entorpecen el comercio, generando que los mecanismos de propagación de cualquier shock aleatorio externo se vea menguado por la aparición de las fricciones comerciales.

La idea que sembraron los modelos RBC, al abrir el camino de los modelos de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés), revolucionaron la economía, aún en el presente lo siguen haciendo porque calaron fuerte en la teoría del crecimiento; generan una integración del crecimiento económico a las fluctuaciones para lograr el tan ansiado desarrollo, motivo por el cual lo planteado por Kydland y Prescott en los 80' le siguen relajando, añadiendo y/o separando supuestos, para tratar de representar mejor la realidad; pero esta rama de la ciencia económica, aún considera agentes plenamente racionales, que no cambian sus hábitos de consumo en el tiempo.

Investigaciones en años recientes retoman los cambios en los supuestos del modelo básico RBC, tales como la integración de dos tipos de empleo, permanente y temporal (Chen, Lai, y Lai, 2016), pero en ambos enfoques se siguen manteniendo los shocks estocásticos a la productividad. La evidencia

empírica en el caso americano sostiene que existen trabajos temporales, razón por la cual no se cambian todos los supuestos del modelo básico; aun sin la incorporación de un sistema financiero, el modelo con los dos tipos de empleo explica según Chen et al. (2016) que la prociclicidad entre el empleo temporal y la producción (output) se debe al costo y tiempo de entrenamiento del primero en que incurren por su parte las empresas, entonces que si un shock aleatorio productivo genera una caída en la producción agregada las empresas ajustan el costo y tiempo que invierten en la capacitación reduciendo así el empleo temporal en la economía.

Los estudios de modelos RBC básicos y ampliados seguían la línea de pleno empleo o desviaciones pequeñas de desempleo, en el caso de empleo temporal (Chen, et al., 2016), pudieron acoplar el desempleo al planteamiento neoclásico que usa como pilar el supuesto de desempleo voluntario. Los modelos RBC que relajan el supuesto de empleo son usados para tratar de entender las fluctuaciones en el empleo como en casos de crisis, este estudio pre-crisis plasma que si se cambia la visión al modelo ampliado, en momentos de crisis es más beneficioso para las empresas reducir costos en el trabajo, motivo por el cual la tasa de paro aumenta; esto lo vive EUA y la UE.

A los modelos CRN se les puede añadir un sistema financiero en el cual existan fallas de mercado financieras propias keynesianas, como la información asimétrica y ejecución limitada; la primera porque no se sabe cual será el precio de cambio futuro del activo y la segunda por que refuerza el hecho de que si un futuro no se pagan se pueden resguardar (Bigio, 2015); aunque los estudios primigenios basados en las investigaciones tal cual se hicieron en los 80', siguen existiendo pero desde una vista puramente teórica, mas si la teoría neoclásica del crecimiento asume competencia perfecta, por ende los precios son dados por el mercado en la interacción de ofertantes y demandantes, “¿La abstracción de este hecho que algunos grupos de excedentes factores tienen poder de mercado y no son tomadores de precio alteran las conclusiones de esta simple abstracción? (Hornstein, 1993)” (Prescott, 2016, p.18).

Ante la aceptación de la comunidad internacional en las adaptaciones del modelo para cada realidad distinta, se plantean aplicaciones a economías como

la Uruguay (Rodríguez y Tiscordio, 2011) y a su vez a economías petróleo-dependientes (Santos, 2015), en cambio en los estudios posteriores siguiendo el modelo simple, generó resultados que representan tal cual a la economía Uruguay, pequeña y abierta con suma volatilidad del consumo, casi igual al PIB, también una inversión volátil (Rodríguez y Tiscordio, 2011); el modelo para una economía petróleo-dependiente considera shock externos (internacionales), que estarán ligados a la evolución de sus variables, como el empleo, el consumo, la inversión; el modelo ha podido explicar en un margen de error casi nulo a las fluctuaciones del empleo ligado al sector petrolífero (Santos, 2015).

Las variaciones que se han aplicado al modelo primigenio, como las expuestas en párrafos anteriores, todas, han mantenido el supuesto de que la economía posee un factor de producción tecnológico afectado de procesos estocásticos acoplado a la función de producción agregada, en consecuencia se entiende que el auge es producido por un shock estocástico positivo, una innovación, y el crack por el complemento de este, una desinnovación. La palabra desinnovación no existe en el idioma como tal, su concepto acuñado en la literatura económica solo ha servido para señalar la causa de los cracks en economías cerradas; entonces si un agente es racional y a través del tiempo ha inventado “algo”, en un futuro cercano o lejano no debería ser capaz de *desinventar*, o lo que es igual a usar una computadora ahora y volver a usar una máquina de escribir en el futuro; este problema se genera al considerar a la tecnología como función exógena en el tiempo, la primera acepción refiere a que a través del tiempo este factor aparece por fuerzas que escapan a los agentes, razonamiento que en la realidad no es válido. El establecer DSGE con producción sujeta a shocks exógenos olvida que en si, son las preferencias de las familias, las que en la realidad son las que se mueven por shocks, en cambio considera siempre las mismas preferencias durante todo el tiempo de estudio, que es infinito; ni siquiera siguiendo el supuesto de las dinastías (con el que se sustenta la población infinita) es posible considerar en la realidad que el porcentaje del ingreso destinado a “n” bienes será constante siempre, esto repercute en políticas económicas no muy ceñidas a la realidad, que por ende no están direccionadas como eje principal a las familias si no están horientadas hacia las variabes macroeconómicas.

Cuando se habla de preferencias estocásticas hace referencia a la dicotomía de los agentes económicos la cual gira entorno a la racionalidad y el amor (irracionalidad). Pero hay que saber que se entiende por la racionalidad e irracionalidad; para los economistas la racionalidad es que si se tiene dos opciones de bienes (bien tangible o intangible) se elegirá la que genera mayor satisfacción que por ende debe ser la que no cause mal o que cause un mal menor al individuo (considerado que siempre tendrá que elegir), siguiendo al economista político del siglo XIX Jeremy Betham, "...al decir que las situaciones mas deseables ofrecen mayor utilidad que las menos deseables" (Nicholson y Snyder, 2015, p.90); de lo mencionado se deriva que se proponga una maximización de la satisfacción generada por la elección, dicho en términos económicos una maximización de la función de utilidad. La irracionalidad es vista por los economistas como aberrante, genera un ser que es movido por el amor, un sentimiento que para ellos es imposible de modelar a través de la matemática, y plantean el ejemplo: de que una persona que puede ser demasiado altruista al punto de donar incluso si eso le afecta; pero esa persona en su irracionalidad, como lo llamarían los teóricos, maximiza su utilidad también siguiendo el utilitarismo de Betham, lo que él llama como más deseable en este ejemplo sería el donar sus pertenencias, entonces ofrece mayor utilidad a comparación de lo menos deseable que sería el no donar. Otra forma de irracionalidad es la que se presenta mas seguido en la vida cotidiana, el cambio imprevisto de los hábitos de consumo a través de un periodo temporal, determinado por diversos motivos entre los que se encuentra en su mayoría la mercadotecnia de las empresas que genera un cambio en nuestras preferencias por determinados bienes, sin considerar si estos son en sí bienes o males para las personas, pero aun así pueden maximizar la utilidad según el utilitarismo, visto por periodos separables el actuar de los agentes es racional, empero la irracionalidad aparece cuando estas acciones racionales se juntan y se analizan en un espacio de tiempo; los defensores de la racionalidad explicarían que si en el tiempo 1 se maximizó de una forma, también se debe hacer lo mismo en los demás espacios temporales; pero como el agente en cada período es influenciado de manera exógena, las distantes maximizaciones racionales en conjunto son irracionales a causa de si en un tiempo "n" el tipo de bien A (se refiere a bien a un producto sin importar si es en sí mismo un mal o no) es preferido al tipo B, luego por un factor exógeno

en el tiempo “n+1” ora el bien B es preferido al tipo A y así sucesivamente, siendo ese gusto que ha cambiado; un tipo de “amor” hace que el agente se mueva sobre lo que a cada momento le genera mayor utilidad. Razones que evidencian la necesidad de introducir una forma de medir la irracionalidad de los agentes en el estudio de los modelos de crecimiento económico.

1.1.2. Nacional

Los estudios del modelo RBC en un entorno nacional han sido estudiados sin aplicación alguna específica para el país, tales como Lama y Urrutia, (2012) que lo amoldan a economías emergentes donde hay una protección al empleo por parte de un ente regulador, sin referencia a una economía específica obteniendo resultados semejantes a las investigaciones realizadas por los científicos internacionales en años anteriores. Existen también los estudios de la integración de un sistema financiero al RBC por parte del Banco central de Reserva del Peru, enfatizando los shocks *líquidos* (refiriendo al dinero de un activo), (Bigio, 2010); a su vez en otra investigación se trató de endogenizar la liquidez de los agentes (Bigio, 2015). La Asociación Peruana de Economía publicó estudios que utilizan al modelo RBC (Duncan R. , 2015) y (Duncan R. , 2015) los cuales utilizan el modelo RBC para mostrar si el comportamiento de los agentes es simétrico y poder entender como funcionan el mismo respectivamente. Para saber como afecta esto al ciclo económico; las teorías nacionales han tratado de introducir un mercado financiero de forma implícita, en relación a economías pequeñas y abiertas como la del Perú además de aportes para tratar de entender mejor al agente y al mismo modelo.

1.1.3. Local

En la facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, se hizo la representación de un modelo RBC básico (Bazán, 2013), aunque el estudio pertenece a los apuntes de clase del docente; realiza una calibración del modelo con el cual se puede plantear estudios posteriores relajando supuestos; quedando expuesto la problemática nacional debido a los pocos estudios en la rama de los modelos DSGE (por su siglas en inglés).

1.2. Formulación del problema.

¿Es posible la incorporación de preferencias estocásticas y tecnología endógena al modelo Ciclo Real de Negocios?

1.3. Delimitación

Esta investigación fue realizada usando información de series de tiempo de Perú, EUA y UE.

1.4. Limitación

La limitación que se tuvo fue la necesidad de deflactar los datos para obtener sus variaciones porcentuales en algunas variables.

1.5. Justificación

Las personas actúan según muchas teorías en base a la racionalidad y el amor (como un sentimiento hacia todo), ambas han sido antagónicas a través de la historia y todos los modelos anteriores toman a estas percepciones como excluyentes en sí mismas pero en realidad, no lo son, es más una es parte de la otra. Por lo que esta investigación trata de amalgamar ambas teorías; la parte filosófica inmedible, el amor, el shock estocástico y la maximización de aquella utilidad, lo racional; obteniéndose como resultado un nuevo modelo con el cual se trata de evidenciar que son las propias acciones de la población las que encaminan a la economía del lugar donde residen, contrapuesto con lo planteado por los científicos anteriores, para quienes es el shock tecnológico supedita a los consumidores encaminando todo.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo General.

Incorporar preferencias estocásticas y tecnología endógena al modelo de Ciclo Real de Negocios.

1.6.2. Objetivos Específicos.

- a) Identificar la función de utilidad a la que se le añadirán las preferencias estocásticas.
- b) Especificar una función de producción con tecnología endógena.
- c) Desarrollar el modelo Ciclo de Real de Negocios con preferencias estocásticas y tecnología endógena.
- d) Analizar e interpretar los resultados obtenidos de la estimación paramétrica y calibración.

CAPITULO II. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación.

2.1.1. Internacional.

Prescott (1986) realizó un análisis del modelo Real Business Cycle para poder llegar al análisis econométrico con evidencia empírica de los EUA para las distintas variables usadas en el modelo, como: El consumo, el PIB (GDP por sus siglas en Inglés), inversión en capital, la inversión bruta, el stock de capital, las horas trabajadas, la productividad medida como el PBI entre las horas trabajadas, y la tasa de interés real publicada periódicamente por la FED, utilizando las variables anteriores obtuvo la desviación estándar y la correlación entre los 3 periodos que se conocen, pasado (t-1), presente (t) y futuro (t+1) que mostraron la volatilidad entre las mismas para los datos americanos, aparte de mostrar que esas volatilidades son las óptimas responsables para la incertidumbre de la tasa de variación tecnológica período a período. Este estudio está enfocado de manera frontal a la concepción teórica primordial en una economía al estilo de Leon Walras, donde la razón de las variaciones del PIB es causada por los cambios exógenos de tecnología.

Romer (1989), estudió un modelo en el cual los agentes a través de la maximización de beneficio generan cambios tecnológicos endógenos. El modelo estudiado tomó como variables: Capital, trabajo, capital humano y un índice del nivel tecnológico, el capital fue medido en unidades de bienes de consumo, el trabajo en horas, dado que la tecnología es un bien no rival, el índice separa dos tipos de tecnología, el conocimiento propiamente dicho y un componente tecnológico no-rival llamado A, todas las variables se engloban en tres sectores que son el de conocimiento, bienes intermedios y un el sector de bienes finales los cuales se combinan en un proceso dinámico de equilibrio general para poder obtener conclusiones como que si en la economía todo se acumula en bienes de capital se debe subsidiar el capital humano, siendo esta la política más óptima en vez de subsidiar el capital físico, así mismo concluyó también que si la economía tiene mayor población debe explotar este capital humano como motor de crecimiento.

Las mejoras o ampliaciones al modelo básico RBC surgen de la necesidad de relajar ciertos supuestos para una mayor comprensión de la realidad económica. “Los modelos del ciclo de negocios previos han hecho el supuesto que toda variación en el factor trabajo es necesaria en cualquier caso para cambios en horas por trabajador o cambios en número de trabajadores, pero no ambos” (Kydland y Prescott, 1991, p.63); The Federal Reserve Bank of Minneapolis y la Universidad de Minnesota en Minneapolis lo presentaron en su serie de “Estudios de trabajo” bajo el nombre de: *Hours and employment variation in business cycle theory*. En el trabajo de estudio, la relajación en el supuesto del trabajo fijo, se incorpora a la metodología del modelo básico, obteniéndose ecuaciones nuevas que muestran el costo del movimiento de un trabajo a otro, además como el cambio en la restricción del tiempo porque ahora el agente decidirá que tiempo trabajar, a diferencia del modelo primero donde trabajaba todo el tiempo disponible. En los resultados que obtuvieron para cada valor del parámetro que mide el costo entre el periodo de empleo actual y el periodo de empleo inmediato anterior, es que el costo aumenta cuando este parámetro aumenta de manera leve, por lo que el punto que se considere mayor depende del país; así mismo se encontró que el ciclo económico no cambia del todo (Kydland y Prescott, 1991).

Backus, Kehoe, y Kydland, (1992). El estudio del ciclo real de negocios internacional; abrió una pestaña de investigación para los modelos DSGE, modificando al modelo en la introducción de una ecuación para las horas trabajadas en la que influyen la elección de ocio en el pasado sobre la utilidad actual; se incorpora un esquema de mundo económico al estilo de León Walras puesto que el trabajo de un país que tiene mayor ocio puede ser copado por la oferta de trabajo del otro país y viceversa en caso contrario, equilibrio completo, de lo que se obtienen resultados como que el consumo está más altamente correlacionado en los países y la producción de forma menor, además si se aplican fricciones de mercados las variables internacionales que son la inversión y las exportaciones netas disminuyen su volatilidad rápidamente.

“Estudios cuantitativos de economías cerradas sugieren que un modelo de crecimiento estocástico con un solo shock de tecnología agregado puede explicar, la cuantía de otras cosas, la magnitud de las fluctuaciones,

relativas a la producción, en el consumo, la inversión y la correlación de estas fluctuaciones con la producción. En el análogo mundo económico, los países experimentan shocks correlacionados imperfectamente a sus tecnologías. La interacción entre estos shocks y la habilidad para solicitar préstamos y ahorrar internacionalmente puede en principio tener una substancial influencia en la magnitud y carácter de la fluctuación agregada". (Backus, Kehoe, y Kydland, 1992)

Farmer y Guo (1994), presentaron un modelo RBC básico, pero investigando que se encierra detrás de los supuestos de la elección racional para la resolución del modelo que emplearon Kydland y Prescott en 1982; usando la metodología del modelo Ciclo Real de Negocios básico incorporan las externalidades y la competencia imperfecta, esta última siendo medida por el índice de Lerner; también genera tres modelos para cada tipo de supuestos, que se ajustan perfectamente al modelo básico, encontrando que los 3 modelos coinciden en las desviaciones de la producción pero comienzan a diferir en las demás variables, como la inversión que posee mayor desviación en el tercero que se asemeja a la realidad pero difiere de los dos primeros modelos, a su vez la productividad que en tercer de modelos dista mucho de la realidad mas no distan demasiado entre ellas y lo que obtuvieron fue que mucho del trabajo en las fluctuaciones endógenas es por efecto ingreso además que no solo las acciones humanas del "espíritu animal" pueden manejar el ciclo de negocios, sino que el fenómeno puede ocurrir por motivos que se escapan a las acciones humanas (Farmer y Guo, 1994).

Hornstein y Praschnik (1997) analizaron un modelo RBC el cual usa como factores de producción bienes intermedios y a su vez un sector de comovimiento, el cual refiere el movimiento directamente proporcional del empleo y la producción a través del panel data de país estudiados, se incorpora también un estado que aplica impuestos en la renta del capital y la renta del trabajo. Usando la metodología conocida del modelo RBC añaden dos funciones de producción, una para los bienes intermedios y otra para los bienes finales, así como tipos de capital que se convertirán en los dos bienes transables supuestos para esta economía . "En la economía de U.S. la productividad del trabajo en el sector de los bienes durables decae la productividad del trabajo en el sectores de los bienes

no durables, mientras que en el modelo contemporáneo es la más alta” (Hornstein y Praschnik, 1997, p.12).

Costin J. y Michel R. (2005), plantearon un modelo RBC que dista de los estudios predecesores en el tema, puesto que proponen una función de producción que solo depende del trabajo en una ecuación lineal, dejando de lado las funciones CES y Cobb-Douglas, junto con una ecuación que reúne “duelo” entre las personas que están de vacaciones y el desempleo en la economía para poder explicar si una parte de los trabajadores se encuentra empleado pero de vacaciones o desempleado y buscando un empleo; añaden un apartado donde se engendra el ciclo económico mismo en el desempleo, para poder obtener las políticas de empleo adecuadas para un “planificador central”. La calibración del modelo es un proceso en el cual realizan un proceso de benchmarking en el cuál: “La elasticidad total del “duelo” de desempleo es tomada como 0.5. (Blanchard y Diamond, 1989)” (Costain y Reiter, 2005, p.16). El resultado obtenido mostró que en un modelo simple el desempleo y empleo tienen una relación muy cercana pero en el modelo propuesto hay una especie de duelo en el cual es difícil poder generar una proyección adecuada para ambas, lo que dificulta el uso de modelos RBC calibrados para poder interpretar la realidad; por lo que llegaron a la conclusión de que: “las fluctaciones procíclicas del empleo ocurren si el excedente sube en los booms, e incrementa los beneficios del desempleo llevando abajo el empleo por el decrecimiento del excedente” (Costain y Reiter, 2005, p. 25).

Santos M. (2015), realizó un estudio del modelo RBC aplicado en una economía que depende de una materia prima para poder generar ingresos a sí misma, como es el caso de Venezuela, que está afectada a la frecuencia volátil de shock exógenos en el precio del petróleo (Santos, 2015). Aplicando la metodología de los modelos RBC sin modificación, hace el análisis para la economía venezolana en la que se puede representar muy bien el modelo, por los diversos shocks, motivo por el cual los resultados son parecidos a los que se obtienen por un modelo RBC estándar y como es de esperarse, el país está sujeto de largos, frecuentes y muy volátiles shocks exógenos, en la forma de los precios del petróleo; el producto no-petrolero es menos volátil que el producto petrolero, a su vez el consumo es menos volátil que el primero, pero la inversión

y su tasa de interés se convierten en un rompecabezas cuando los shocks afectan y a su vez las cuentas nacionales son procíclicas a la tasa de interés (Santos, 2015). El modelo RBC para una economía que depende de una materia prima, sirve para explicar de una manera sumamente plausible la realidad de como varían esas variables a través del tiempo.

Chen, Lai, y Lai, (2016), presentaron un trabajo en el cual siguiendo la metodología del modelo RBC pudieron desarrollar su planteamiento, que constaba de introducir dos tipos de trabajo a la función de utilidad, así también incluyen en una función de producción CES (Sustitución de elasticidad constante, por sus siglas en inglés); con dos tipos trabajo logrando modificar el ingreso de las firmas, esto conlleva a: “Una alta volatilidad del empleo temporal que del empleo permanente; una fuerte prociclicidad del empleo temporal, el comportamiento retrasado del empleo agregado, y una fuerte correlación entre el empleo temporal y la producción mas en el caso de la contraparte permanente.” (Chen, Lai, y Lai, 2016)

2.1.2. Nacional.

Bigio S. (2010), estudió un modelo Real Business Cycle en el cual se añade una economía con shocks aleatorios de liquidez debido a esto se añade un sistema financiero al modelo RBC en el cual el rol de la liquidez es importante, presenta una dualidad en donde se puede acceder a proyectos que generan cupones o invertir, en este supuesto juega un papel muy importante la aversión al riesgo la cual es representada por una función de tipo CES dentro de la función de utilidad con forma de la ecuación de Bellman. La producción sujeta a shocks aleatorios es estilizada por una función per cápita, donde el capitalista maximiza esta función menos los costos del trabajo; después incorpora tipos de empresarios que maximizan su inversión de acuerdo a sus respectivas oportunidades de inversión que será igual al retorno por cada activo comprado y el valor real esperado de los mismo; el apartado donde se miden los shocks de liquidez relaciona la inversión de la empresa que ante la compra de activos aumenta su valor y la del inversionista privado, siendo que ambos maximizan su utilidad. El equilibrio del modelo es en sentido similar al modelo RBC propuesto por Kydland y Prescott en 1982; donde se tiene que linealizar el modelo para

proceder a resolverlo, igualando las ecuaciones que sean necesarias; con estas ecuaciones y su respectiva calibración se obtuvo que los shocks de liquidez no explican completamente los cambios en la producción agregada, por lo que el autor propone que el modelo necesita modificarse por eso los shocks de liquidez afectan al trabajo o a las decisiones de producción (Bigio, 2010), además que los microfundamentos de los shocks de liquidez necesitan una ampliación a través de más investigaciones, como la relación entre la liquidez y el ruido de información o como que los shocks deben reflejar un sistema financiero explícito, no implícito esto acarrearía la introducción de efectos de política monetaria para poder explicar mejor los resultados.

Lama y Urrutia, (2012) presentó un estudio sobre como afecta la protección del empleo en las economías emergentes a su vez incluyen un sector de productos intermedios que se pueden usar para la producción en general sujeta a shocks tecnológicos al modelo RBC, el cual es resuelto, linealizado y calibrado, usando datos de Canadá, México, y USA, puesto que comparan esos países con un países emergentes donde observaron que en los países no emergentes el empleo cae más en la forma del decrecimiento de la frontera de producción a diferencia de los no emergentes.

Bigio (2015) realizó una investigación referente a cuantificar los daños en una economía real causados por una clase de shock de dispersión, esto por la introducción de limitada realización e información asimétrica, lo que ocasiona que se prevean transacciones en el futuro que no son garantizadas, mostrando un modelo en donde se endogenizan estas fallas de mercado, a un esquema donde la empresa maximiza el beneficio para obtener las demandas óptimas de empleo y capital, así también el valor de la empresa fluctúa como la ganancia por unidad que otorga el costo marginal de la empresa a su “acción” comprado por cualquier inversor anónimo; el inversor derivará su demanda oferta óptima de inversión sujeta a los distintos tipos de rendimientos del mercado y del valor de la empresa en el presente, para obtener distintos equilibrios y el valor presente óptimo de la empresa. Por la parte del consumidor es igual a un modelo de Ramsey en tiempo continuo, donde un consumidor maximiza infinitamente su utilidad que deriva de consumir y trabajar, por lo que también existe un planificador central el que a través de las maximización obtendrá una regla de

políticas óptimas que maximizarán el bienestar de los agentes; utilizando estos nuevos supuestos la investigación muestra que la dispersión del capital incrementó el costo de obtener liquidez para vender capital o para usar el capital, además también incremento el costo de llevar la liquidez a través de la exacerbación de las fricciones de capital, lo que el planteando una liquidez endógena se minimizan los cambios en la economía a causa de los distintos shocks.

2.2. Bases teórico científicas.

2.2.1. Modelo Ciclo Real de Negocios.

2.2.1.1. Ecuaciones en diferencias

Siguiendo a Bazán (2014) Por ejemplo si $x_t = f(t)$ la primera diferencia de “x” evaluada en “t” es:

$$\Delta x_t = x_{t+1} - x_t = f(t+1) - f(t)$$

la primera diferencia de “x” evaluada en “t+1” es:

$$\Delta x_{t+1} = x_{t+2} - x_{t+1} = f(t+2) - f(t+1)$$

La segunda diferencia de “x” evaluada en “t” se puede calcular como la diferencia entre las dos primeras diferencias sucesivas, esto es:

$$\Delta^2 x_t = \Delta(\Delta x_t) = \Delta(x_{t+1} - x_t) = \Delta x_{t+1} - \Delta x_t = (x_{t+2} - x_{t+1}) - (x_{t+1} - x_t) = x_{t+2} - 2x_{t+1} + x_t$$

La segunda diferencia de “x” evaluada en “t+1” se puede calcular como la diferencia entre dos primeras diferencias sucesivas; esto es:

$$\Delta^2 x_{t+1} = \Delta(\Delta x_{t+1}) = \Delta(x_{t+2} - x_{t+1}) = \Delta x_{t+2} - \Delta x_{t+1} = x_{t+3} - 2x_{t+2} + x_{t+1}$$

La tercera diferencia de “x” evaluada en “t+1” se puede calcular como la diferencia entre dos segundas diferencias sucesivas; esto es:

$$\Delta^3 x_{t+1} = \Delta(\Delta^2 x_{t+1}) = \Delta(\Delta x_{t+2} - \Delta x_{t+1}) = \Delta^2 x_{t+2} - \Delta^2 x_{t+1} = x_{t+3} - 3x_{t+2} + 3x_{t+1} - x_t$$

En general, la diferencia de orden “n” de “x” evaluada en “t” se define como:

$$\Delta^n x_t = \Delta(\Delta^{n-1} x_t) = \Delta(\Delta(\dots(\Delta x_t))) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \frac{n!}{i!(n-i)!} x_{t+n-i}, \forall n \in \mathbb{Z}^+ - \{0\}$$

De manera análoga, la diferencia de orden “n” de “x” evaluada en “t+1” se define como:

$$\Delta^n x_{t+1} = \Delta(\Delta^{n-1} x_{t+1}) = \Delta(\Delta(\dots(\Delta x_{t+1}))) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \frac{n!}{i!(n-i)!} x_{t+n+1-i}, \forall n \in \mathbb{Z}^+ - \{0\}$$

Pero las ecuaciones de diferencias pueden tener otro tipo de notaciones, aun cuando el nombre significa usar el símbolo de diferencia Δ , también se representan de diversas maneras, estando libres del símbolo de diferencia, por ejemplo:

$$y_{t+1} - y_t = 2$$

También cuando:

$$y_{t+1} = 0.9y_t$$

Esto refiere a que la ecuación en diferencia de manera plena es válida para todas formas que denoten un tiempo discreto. (Chiang, 1995).

2.2.1.2. Sistemas Lineales de EEC de primer orden.

Según Bazán (2014) un sistema dinámico lineal formal de ecuaciones en diferencias es denotado por:

$$\begin{bmatrix} x_{1t+1} \\ x_{2t+1} \\ \vdots \\ x_{nt+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix}$$

$$\vec{X}_{t+1} = A(t) \vec{X}_t + \vec{b}(t)$$

En el sistema, la matriz de los coeficientes $A(t)$ es una matriz de nxn con coeficientes variables en el tiempo, en este caso continuo, pero la connotación discreta es muy parecida, donde a y $b \in \mathfrak{R}$, y $\vec{b}(t)$ es un vector de dimensión nx1, de componentes variables en el tiempo y continuas.

La solución completa del sistema está dada por la combinación de la solución complementaria y de la solución particular o solución de equilibrio:

$$\vec{X}_t = \vec{X}_t^{(c)} + \vec{X}_t^{(p)}$$

Donde $\vec{X}_t^{(c)}$ es la solución de la parte homogénea del sistema, por lo que es de $\vec{X}_{t+1} = A(t)\vec{X}_t$; y $\vec{X}_t^{(p)}$ es la solución que fija al mismo (Bazán, 2014).

2.2.1.3. Log linealización.

“Está técnica usa una aproximación de Taylor alrededor del estado estable y se reemplaza todas las ecuaciones por aproximaciones que son funciones lineales en las log desviaciones de las variables. Los pasos a seguir son los siguientes, usando el algoritmo de Uhlig (1995): Sea \hat{X}_t la desviación logarítmica de X_t , de su valor en estado estable X_{ss} es decir: $\hat{X}_t = \log(X_t) - \log(X_{ss})$ ” (Estévez, Infante, y Sáez, 2011, p. 9).

Los pasos para la linealización son:

- i. Reemplazar todas las variables por la forma:

$$x_t = x_{ss} e^{\hat{x}_t}$$

Ec. 1

- ii. Posteriormente se hace uso de las siguientes aproximaciones para ω, δ muy pequeños:

$$e^{\omega} \approx 1 + \omega$$

$$(1 + \omega_1)(1 + \omega_2) \dots (1 + \omega_n) \approx 1 + \sum_{i=1}^n \omega_i$$

$$(1 + \omega)^{\delta} \approx 1$$

$$(1 + \omega)^{\eta} \approx 1 + \eta \cdot \omega \quad \forall \eta \geq 1$$

$$\ln(1 + \omega) \approx \omega$$

$$\omega \cdot \delta \approx 0$$

Lo siguiente que se tendrá será el sistema linealizado en sus desviaciones respecto del estado estacionario.

2.2.1.4. Programación Dinámica.

Considerar la forma no lineal en el problema de optimización:

$$p^* := \max_{(x_1, x_2, \dots)} \sum_{n=1}^{\infty} q_n(x_n)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n \leq r, r > 0$$

$$x_n \geq 0, n = 1, 2, 3, \dots$$

Este problema será estudiado como sucesión en longitud de caracteres. Este propósito de brindar como un estado temprano es la mira a seguir, (Sniedovich, 2011).

Para obtener una formulación de programación dinámica de este problema:

$$f_n(s) := \max_{(x_n, x_{n+1}, \dots)} \sum_{k=n}^{\infty} q_k(x_k), n \geq 1, s \in S := [0, r]$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_k \leq s, k = n, n + 1, n + 2, \dots$$

$$x_k \geq 0, k = n, n + 1, n + 2, \dots$$

Con lo cual, usando argumentos estándares de programación dinámica, lo próximo sería derivar la ecuación de optimalidad de la programación dinámica:

$$f_n(s) := \max_{(x_n, x_{n+1}, \dots)} \{q_n(x) + f_{n+1}(s - x)\}, s \in S, n = 1, 2, 3, \dots$$

Este es el primer nivel aludido sobre el cual consiste en trasladar la formulación del problema sobre la consideración, dentro de la ecuación funcional de la programación dinámica (Sniedovich, 2011).

Considerar la siguiente clase de problema de optimización;

$$p^* := \underset{(y,z) \in X}{\text{opt}} q(y, z), X \subset \tilde{Y} \times \tilde{Z}$$

El punto para notar aquí es que aunque este formato consiste de nada más que dos variables de decisión, llamadas y y z , sin embargo hay muchas variedades de problemas (Sniedovich, 2011).

$$\tilde{Y} = [0, r]$$

$$\tilde{Z} = [0, r]^\infty$$

$$X = \left\{ (y, z) : y \in \tilde{Y}, z \in \tilde{Z}, \left(y + \sum_{n=1}^{\infty} z_n \right) \right\}$$

$$q(y, z) = q_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n + 1(z_n), y \in \tilde{Y}, z \in \tilde{Z}$$

Donde z_n denota el enésimo elemento del vector $z \in \tilde{Z}$.

El proceso de derivación de la ecuación de optimalidad de la programación dinámica para un problema P es gobernado por el principio de optimización condicional.

El principio de optimización condicional según (Sniedovich, 2011)

$$\underset{\substack{y \in Y \\ z \in Z(y)}}{\text{opt}} q(y, z) = \underset{y \in Y}{\text{opt}} \left\{ \underset{z \in Z(y)}{\text{opt}} q(y, z) \right\}$$

Asumiendo que $\text{opt} = \max$:

$$\underset{z \in Z(y)}{\max} q(y, z) \geq q(y, z), \forall y \in Y, z \in Z(y) \forall$$

Desde para $y' \in Y$ se tiene:

$$\underset{z \in Z(y)}{\max} q(y, z) \geq \underset{z \in Z(y')}{\max} q(y', z)$$

Se tiene que:

$$\underset{z \in Z(y)}{\max} q(y, z) \geq \max_{y \in Y} \left\{ \underset{z \in Z(y)}{\max} q(y, z) \right\}$$

De otra manera, desde la definición:

$$\max_{z \in Z(y)} q(y, z) \geq q(y, z), \forall z \in Z(y)$$

Lo anterior es cierto para cada $y \in Y$ entonces:

$$\max_{y \in Y} \left\{ \max_{z \in Z(y)} q(y, z) \right\} \geq q(y, z), \forall y \in Y, z \in Z(y)$$

y por lo que se concluye que:

$$\max_{y \in Y} \left\{ \max_{z \in Z(y)} q(y, z) \right\} \geq \max_{\substack{z \in Z(y) \\ y \in Y}} q(y, z)$$

El principio de optimización condicional afirma que un problema que conste de dos variables de decisión puede ser descompuesto en dos problemas incrustados, cada uno consistiendo en una variable de decisión (Sniedovich, 2011).

2.2.1.5. Modelo de espacio de estado.

Una forma general de escribir un modelo de espacio estado es:

$$\begin{aligned} y_t &= \mathbf{F}_t \theta_t + \mathbf{d}_t + v_t & v_t &\sim N[0, \mathbf{V}_t] \\ \theta_t &= \mathbf{G}_t \theta_{t-1} + \mathbf{h}_t + \mathbf{N}_t \omega_t & \omega_t &\sim N[0, \mathbf{W}_t] \end{aligned} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde: y_t es un vector de observaciones $r \times 1$ y θ_t es el vector estados de dimensión $n \times 1$, \mathbf{d}_t y \mathbf{h}_t son vectores de constantes de tamaño $r \times 1$ y $n \times 1$, respectivamente. El modelo se define en términos de cuatro cantidades $\{\mathbf{F}_t, \mathbf{V}_t, \mathbf{G}_t, \mathbf{W}_t\}$ las cuales se consideran conocidas, \mathbf{F}_t es una matriz de coeficientes de dimensión $n \times n$, \mathbf{V}_t es una matriz de varianza covarianza $r \times r$, \mathbf{G}_t es una matriz de coeficientes $n \times n$, y \mathbf{W}_t es una matriz de varianza covarianza de dimensión $n \times n$. (Estévez, Infante, y Sáez, 2011, p. 12-13).

2.2.2. Preferencias Estocásticas.

2.2.2.1. Preferencias estocásticas.

“... un largo cuerpo de modelos teóricos captura este comportamiento. Estos modelos pueden ser descritos en 3 clases: 1) Modelos de utilidad aleatoria o preferencias, en los cuales la respuesta del sujeto cambia porque sus preferencias cambian estocásticamente; 2) modelos de racionalidad atada, en los cuales el sujeto tiene una preferencia estable pero exhibe elección estocástica como ellos pueden fallar para elegir la mejor opción de ellas; 3) modelos de aleatorización deliberada, en los cuales los sujetos deliberadamente eligen para reportar diferentes respuestas porque es óptimo para ellos hacer eso” (Agranov y Ortoleva, 2016, p. 6).

Para Agranov y Ortoleva (2016) Una muy conocida clase de modelos de elección estocástica es la de la utilidad aleatoria, o de preferencias aleatorias, acorde para cualquiera, cuando los sujetos hacen una decisión, ellos maximizan una muy definida función de utilidad o preferencia, pero estos son cambiados estocasticamente en el tiempo.

2.2.2.2. Función de utilidad no separable de dos bienes.

Siguiendo a Antipina (2013) quién propone la siguiente función de utilidad con dinero en ella:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t \right) = \frac{\chi_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde σ es la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal, φ es la inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo, χ es un índice compuesto de consumo y los balances monetarios reales, definido como:

$$\chi_t = \left[(1-\vartheta) C_t^{1-\nu} + \vartheta h_t^{1-\nu} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \quad \nu \neq 1 \quad \text{Ec. 4}$$

Donde ϑ denota el peso relativo de los saldos reales en la función de utilidad Antipina (2013), dicho de otra manera representa la preferencia por el dinero.

2.2.3. Tecnología Endógena.

2.2.3.1. Función W de Lambert.

En 1758, Lambert resolvió la ecuación trinomial $x = q + x^m$ dando un desarrollo de series para x en función de q . Después, él extendió las series para dar poderes a x como se pueda. Euler transformó la ecuación de Lambert en una forma más simétrica, (Corless, Gonnet, Hare, Jeffrey, y Knuth, 1996):

$$x^\alpha - x^\beta = (\alpha - \beta)vx^{\alpha+\beta}$$

Luego sustituyendo $x^{-\beta}$ por x y dando valores de $m = \alpha\beta$, $q = (\alpha - \beta)v$. La versión de Euler de la serie de solución de Lambert fue entonces:

$$x^n = 1 + nv + \frac{1}{2}n(n + \alpha + \beta)v^2 + \frac{1}{6}n(n + \alpha + 2\beta)(n + 2\alpha + \beta)v^3 + \frac{1}{24}n(n + \alpha + 3\beta)(n + 2\alpha + 2\beta)(n + 3\alpha + \beta)v^4 + \dots$$

Después de derivar las series, Euler miró un caso especial, comenzado con $\alpha = \beta$. Entonces significa que la ecuación trinomial original, se divide en $(\alpha - \beta)$ y se deja $\beta \rightarrow \alpha$ para obtener

$$\log x = vx^\alpha$$

Euler notó que si se resuelve la ecuación anterior con $\alpha = 1$, entonces se puede resolver para $\alpha \neq 0$.

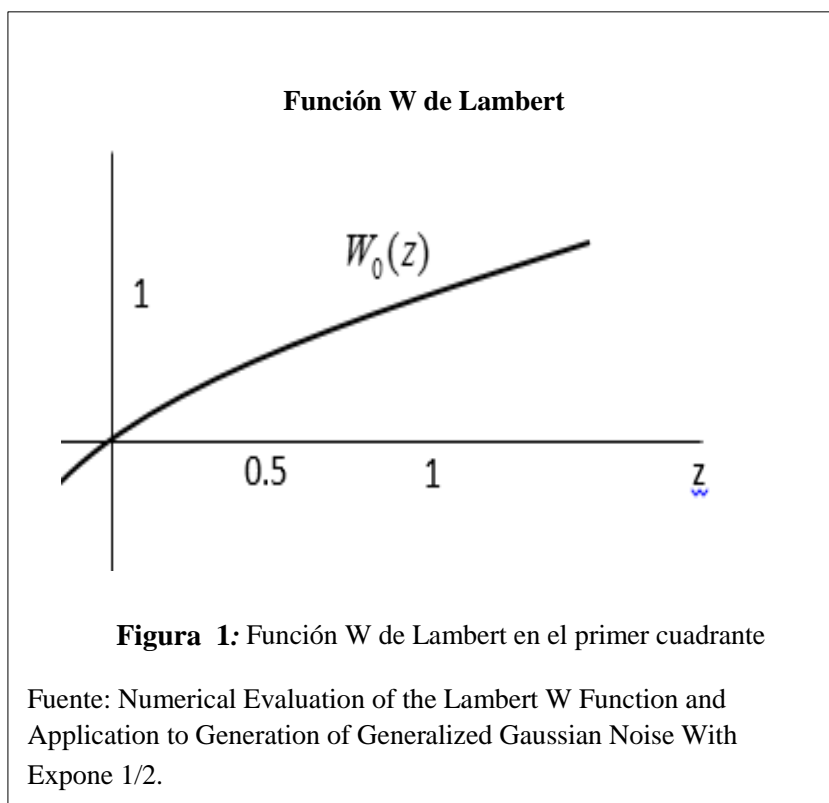
Entonces para resolver esta ecuación usando la ecuación planteada por Euler, primero se introduce $\alpha = \beta = 1$ y se reescribe para una serie $(x^n - 1)/n$. Lo siguiente que se hace es dejar a $n = 0$ para obtener el $\log x$ en el lado izquierdo y una buena serie en extremo derecho:

$$\log x = v + \frac{2^1}{2!}v^2 + \frac{3^2}{3!}v^3 + \frac{4^3}{4!}v^4 + \frac{5^4}{5!}v^5 + \dots$$

Esta serie, según Corless, et al. (1996). cual puede ser vista para converger a $|v| > 1/e$, define una función llamada la función árbol. Es igual $-W(-v)$ donde $W(z)$ es definido para ser la función que satisface:

$$W(z)e^{W(z)} = z$$

Ec. 5



2.2.4. Fórmulas para conversión de la data.

2.2.4.1. Conversión de una serie nominal a real.

La fórmula que Jiménez (2012) usa para obtener el PBI real en base al PBI nominal y el deflactor:

$$PBI_{real} = \frac{PBI_{nom}}{P} \times 100$$

Ec. 6

Donde P es el deflactor implícito del PBI.

2.2.4.2. Variación porcentual en forma logarítmica.

La fórmula para la tasa de crecimiento poblacional bajo el supuesto exponencial pueden ser varias (Torres-Degró, 2011):

$$r = \frac{\ln P^{t+n} - \ln P^t}{a}$$

Ec. 7

Donde r es la tasa de crecimiento P^{t+n} es la población del momento actual, P^t es la población del momento base, a es la amplitud entre las dos poblaciones.

2.3. Definición de términos básicos.

Ecuaciones en diferencias:

A toda ecuación que relaciona variables en diferentes tiempo discretos se les denomina ecuación en diferencias. Estas ecuaciones son denominadas así ya que involucran diferencias en funciones. (Bazán, 2014 p. 203).

Una ecuación recursiva (también llamada ecuaciones en diferencias) es la analogía discreta de la ecuación diferencial. Una ecuación en diferencias envuelve una función de integración como: $f(n) - f(n-1) = g(n)$, donde g es una alguna función de integración. La separación de esta ecuación es la analogía discreta de las ecuaciones diferenciales de primer orden. (Weisstein, 2016)

Aproximación lineal:

Una aproximación lineal a una función en un punto específico puede ser computado tomando el primer término de una serie de Taylor. (Weisstein, 2016).

Log linealización

Está técnica usa una aproximación de Taylor alrededor del estado estable” (Estévez, Infante, y Sáez, 2011, p. 9).

Estado Estacionario

“<<...una economía con reservas constantes de personas y artefactos, mantenida en unos niveles deseados y suficientes, mediante un bajo ‘ritmo’ de mantenimiento...>> Daly (1992, p.16)” (Kerschner, 2008).

“El inevitable punto final ontológicos del crecimiento económico y del desarrollo, provocado por el aumento de la población y la disminución de los ingresos según Jhon Stuart Mill” (Kerschner, 2008).

Función de Lambert

“La función W de Lambert es definida para ser la inversa de la función $w \rightarrow we^w = z$. Esta función $W(z)$, cual entonces se verifica $W(z)e^{W(z)} = z$, es una función multivalor definida en general por el complejo z y asumiendo valores $W(z)$ complejos. Si z es real y $z < -1/e$, entonces $W(z)$ es complejo multivalor. Si z es real y $-1/e \leq z < 0$, hay dos valores reales posibles de $W(z)$: La rama que satisface $-1 \leq W(z)$ se denota por $w_0(z)$ y es llamada el brazo principal de la función W , y la otra rama satisface $W(z) \leq -1$, se denota por $w_{-1}(z)$ cuales también pertenecen al brazo principal $w_0(z)$ ” (Chapeau-Blondeau y Monir, 2002, p. 2160).

Preferencia

Dadas dos cestas de consumo cualesquiera, (x_1, x_2) y (y_1, y_2) , el consumidor puede ordenarlas según su atractivo. Es decir, puede que una de ellas es estrictamente mejor que la otra o bien que le son indiferentes. (Varian, 2010)

Estocástico

“Lo estocástico es sinónimo de “aleatorio”. La palabra es de origen griego y significa pertenecer a la casualidad (Perzen 1962, p 7). Es usado para indicar que un sujeto particular es visto como punto de vista para la aleatoriedad. Estocasticidad es usualmente usado como contraparte de un mundo “determinístico”, cual significa que el fenómeno aleatorio no son envueltos. Entonces, los modelos estocásticos están basado en juicios aleatorios, mientras que los modelos deterministas siempre producen lo mismo para dar una condición inicial” (Weisstein, 2016).

Preferencia Estocástica o utilidad estocástica

“La utilidad del sujeto cambia por medio de variaciones en condiciones exógenas subjetivas y objetivas inobservable” (Agranov y Ortoleva, 2016, p. 6).

Optimización estocástica

“La optimización estocástica refiere a la minimización (o maximización) de una función en la presencia de aleatoriedad en el proceso de optimización. La aleatoriedad puede estar presente como ruido en mediciones o como aleatoriedad de Monte Carlo en la búsqueda de procedencia o ambos” (Weisstein, 2016).

Sistemas Dinámicos

“Un significado de describir como un estado se desarrolla dentro de otro estado sobre el curso del tiempo. Técnicamente, un sistema dinámico es una acción lisa de reales o integradores en otro objeto. Cuando los reales son interpretados, el sistema es llamado un sistema dinámico continuo y cuando los integradores son interpretados, el sistemas es llamado sistema dinámico discreto” (Weisstein, 2016)

Programación Dinámica

“La programación dinámica es un método de optimización rompiendo complejos problemas en pequeños subproblemas de optimización, los cuales pueden ser combinados para resolver entero el problema de optimización. Para ser capaz de usar programación dinámica el problema tiene que consistir de algo pequeño sobreponiendo problemas” (My Hoa, 2010)

Modelo de Espacio de Estados

“El espacio de los estados es, por tanto, el espacio donde los sucesivos vectores de estado describen la evolución del sistema como función del tiempo. En un modelo estructural de series temporales los elementos del vector de estado son los componentes no observables de la serie.” (Rodríguez, 2002, p. 2).

“El espacio de los estados es una representación útil en el caso de magnitudes que puedan expresarse como suma de procesos estocásticos o que son observadas con errores de medida.” (Hamilton, 1994, p. 376).

Vector

“Un vector es definido formalmente como un elemento de un vector de espacio. En lo comúnmente encontramos vector de espacio \mathbb{R}^n (n-espacios euclidianos), un vector es dado por n coordenadas y puede ser especificado como (A_1, A_2, \dots, A_n) . Los vectores son a veces referidos por el número de coordenadas que tienen, entonces un vector bidimensional (x_1, x_2) es casi siempre llamado un two-vector, un vector n-dimensional es también llamado n-vector” (Weisstein, 2016).

Autorregresivo

Un conjunto S de integradores es dicho para ser recursivo si hay una función total recursiva $f(x)$ como $f(x) = 1$ para $x \in S$ y $f(x) = 0$ para $x \notin S$. Algún conjunto autorregresivo es también recursivo e innumerable.

Conjuntos finitos, los conjuntos con complementos finitos, los números impares, y los números primos son todos ejemplos de conjuntos recursivos. La unión e intersección de dos conjuntos recursivos son recursivos en ellos mismos, como es el complementos de un conjuntos recursivo.

Perturbación

Inmutar, trastornar el orden y concierto, o la quietud y el sosiego de algo o de alguien. (© Real Academia Española, 2016)

CAPITULO III. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Tipo y diseño de la investigación

3.1.1. Tipo de investigación.

La investigación será de tipo exploratoria, plantea la incorporación de conceptos nuevos como son: las preferencias estocásticas y tecnología endógena, al modelo Ciclo Real de Negocios.

3.1.2. Diseño de investigación.

El diseño es no experimental, transversal correlacional, dado que se tratará de establecer la relación entre los proxys de las variables.

3.2. Población y muestra

La muestra será igual a la población, para el Perú y EUA será de 1981T2 – 2016T2, y para la UE 1995T2 – 2016T2 de las variables preferencias, tecnología y h.

3.3. Hipótesis

El valor del parámetro de la irracionalidad (ξ) para Perú es de un valor menor a diferencia del valor para Estados Unidos y de la Unión Europea.

El valor de tecnología endógena en estado estacionario (α_{ee}) para Perú es menor que el valor obtenido para Estados Unidos y para la Unión Europea.

3.4. Variables

Las variables de la investigación son: Preferencias, Tecnología, h; siendo esta última una variable creada para esta investigación, además todas son variables dependientes. Las antes especificadas serán explicadas en el punto siguiente, operacionalización.

3.5. Operacionalización

Tabla 1

Operacionalización de variables

Variables	Definición	Dimensiones	Letra	Conceptualización
Variables Endógenas				
Preferencias (P)	Dadas dos cestas de consumo cualesquiera, el consumidor puede ordenarlas según su atractivo. Es decir, puede que una de ellas es estrictamente mejor que la otra o bien que le son indiferentes.	Importaciones en millones de dólares	P	Registro de la compra del exterior de bienes o servicios realizada por una empresa.)
Tecnología (A)	Conjunto de los instrumentos y procedimientos industriales de un determinado sector o producto.	PBI sector manufactura	A	Es la producción nacional del sector industrial
		Exportaciones de bienes y servicios		Registro de la venta al exterior de bienes o servicios realizada por una empresa.
H	Variable que recoge el gasto en bienes y/o servicios que impulsan la tecnología.	Inversión bruta fija	h	Inversión en capital físico. Se incluye la inversión para reposición
		Consumo de servicios		Gasto total en servicios del sector privado.
		Valor agregado-economía		Es la suma de valores agregados de los distintos sectores productivos

Fuente: Elaboración propia

3.6. Abordaje metodológico, técnicas e instrumentos para la recolección de datos

3.6.1. Abordaje metodológico

El modelo matemático fue desarrollado siguiendo la metodología usada por Bazán (2013).

Las series que fueron usadas en la investigación fueron obtenidas mediante la descarga de las mismas en las páginas del BCRP, FED BCE¹.

3.6.2. Técnicas de recolección de datos

La presente investigación no cuenta con técnicas de recolección de datos, porque los datos son de información secundaria.

Tabla 2

Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Técnicas	Instrumentos
Análisis documental	Listas de cotejo. Cuadros de excel Eviews 9. Microsoft Excel.

Fuente: Elaboración propia

3.6.3. Instrumentos de recolección de datos

La investigación utilizó como instrumento de recolección de datos a una computadora portátil con internet, para poder realizar el análisis documental.

¹ Banco Centra de Reserva del Perú, Federal Reserve y Banco Central Europeo.

3.7. Procedimiento de recolección de datos.

Tabla 3

Formas en las que se trabajó las aproximaciones empíricas de las variables.

Variable	Periodo	Procedencia	Nombre de la serie	Forma obtenida	Forma de trabajo
Preferencias	1981T2-2016T2	BCRP	Importaciones de Bienes de Consumo	Millones US\$	Variación porcentual
	1981T2-2016T2	FED	Real imports of goods and service	Miles de Millones de dólares 2009	Variación porcentual
	1995T2-2016T2	BCE	Imports of goods and services	Millones de Euros 2010	Variación porcentual
Tecnología	1981T2-2016T2	BCRP	PBI Sector Manufactura	Variación porcentual	Variación porcentual
	1981T2-2016T2	FED	Real Exports of Goods and Services	Miles de Millones de dólares 2009	Variación porcentual
	1995T2-2016T2	BCE	Value added, gross-Industry	Millones de Euros 2010	Variación porcentual
h	1981T2-2016T2	BCRP	Inversión Bruta Fija Privada	Mill. S/ de 2007	Variación porcentual
	1981T2-2016T2	FED	Real Personal Consumption Expenditures: Services	Variación porcentual	Variación porcentual
	1995T2-2016T2	BCE	Value added, gross-total economy (education)	Millones de Euros 2010	Variación porcentual

Fuente: Elaboración propia

Las series de tiempo arriba presentadas son las que fueron usadas en esta investigación, las mismas que para estimar las ecuaciones 12 y 13 tienen que estar en variaciones porcentuales de sus valores reales, por lo que las variables que no se encontraron de esta manera, se les convirtió usando la Ec. 6 con el IPC base 2007 como deflactor; posteriormente se de realizó su cambio porcentual siguiendo la Ec. 7.

3.8. Plan de análisis estadístico de datos.

La presente investigación no usará estadísticos para analizar las series. Para hallar la Ec. 12 del tipo Lambert se usó la página web Wolframalpha². A los datos obtenidos de las ecuaciones se aplicó el filtro Hodrick-Prescott en el programa econométrico, para que se evidencie el ciclo económico de las variables.

3.9. Criterios éticos

Para la realización de la presente, se tuvieron en cuenta criterios de rigor, los cuales debe poseer cualquier investigación científica como lo es la claridad de objetivos, y la transparencia de sus resultados..

3.10. Criterios de rigor científico

Los criterios científicos bajo los cuales descanzó la investigación fueron la fiabilidad de información, la replicabilidad, y la objetividad con la que se analizó

² La dirección web es: <http://www.wolframalpha.com>

CAPITULO IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Resultados.

4.1.1. Identificación de la función de utilidad a la que se le añadirán las preferencias estocásticas.

La función de utilidad estocástica toma como base las Ec. 1 y Ec. 2, pero con los siguientes cambios:

$$U_t = \frac{\chi_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \psi \ell_t$$

Donde:

$$\chi_t = \left[\wp_t C_t^{1-\nu} + (1 - \wp_t) h_t^{1-\nu} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}$$

$$\wp_t = \wp_{LP}^{1-\xi} \wp_{t-1}^{\xi} e^{\nu_t}$$

$$\ell_t = 1 - L_t$$

La variable h_t es la inversión por parte de las familias en educación e innovación, parámetro ξ mide la racionalidad de las personas, cuanto mayor valor tenga más irracional es la población; ν_t es el shock estocástico de media 0 y varianza constante, ℓ_t son las horas de ocio estimadas para un valor máximo de 1.

El problema del consumidor es maximiar la utilidad sujeto a sus ingresos:

$$\text{Max}_{\{C_t, h_t, M_t, L_t\}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^t \left\{ \frac{\left[\wp_t C_t^{1-\nu} + (1 - \wp_t) h_t^{1-\nu} \right]^{\frac{1-\sigma}{1-\nu}}}{1-\sigma} + \psi \ell_t \right\} \right\}$$

S. a :

$$C_t + h_t + M_t = w_t L_t + i_t M_{t-1}$$

$$\ell_t = 1 - L_t$$

$$\mathfrak{S}_t = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \theta^t \left\{ \frac{[\wp_t C_t^{1-\nu} + (1-\wp_t)h_t^{1-\nu}]^{\frac{1-\sigma}{1-\nu}}}{1-\sigma} + \psi(1-L_t) \right\} + \mu_t (w_t L_t + i_t M_{t-1} - C_t - h_t - M_t) \right\} \right\}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_t}{\partial C_t} = E_t \left(\theta^t \wp_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} - \mu_t \right) = 0 \quad \mu_t = \theta^t \wp_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_t}{\partial h_t} = E_t \left[\theta^t (1-\wp_t) h_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} - \mu_t \right] = 0 \quad \mu_t = \theta^t (1-\wp_t) h_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_t}{\partial M_t} = E_t (\mu_{t+1} i_{t+1} - \mu_t) = 0 \quad \mu_t = E_t (\mu_{t+1} i_{t+1})$$

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_t}{\partial L_t} = E_t (\theta^t \psi - \mu_t w_t) = 0 \quad \mu_t = \theta^t \frac{\psi}{w_t}$$

Adelantando un período la derivada respecto al consumo, y reemplazando ambas en la tercera derivada:

$$\mu_{t+1} = \theta^{t+1} \wp_{t+1} C_{t+1}^{-\nu} \chi_{t+1}^{\nu-\sigma}$$

$$\wp_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} = \theta E_t (\wp_{t+1} C_{t+1}^{-\nu} \chi_{t+1}^{\nu-\sigma} i_{t+1})$$

Igualando las dos primeras derivadas:

$$\theta^t \wp_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} = \theta^t (1-\wp_t) h_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma}$$

$$\wp_t C_t^{-\nu} = (1-\wp_t) h_t^{-\nu}$$

$$\wp_t \frac{1}{h_t^{-\nu}} = (1-\wp_t) \frac{1}{C_t^{-\nu}}$$

$$h_t = \left(\frac{1-\wp_t}{\wp_t} \right)^{\frac{1}{\nu}} C_t$$

4.1.2. Especificación de una función de producción con tecnología endógena.

$$Y_t = M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t}$$

La función de producción es de tipo Cobb-Douglas, donde los exponentes representan la tecnología y la productividad de la maquinaria y del trabajo respectivamente. La tecnología es función de si misma en un razago y de la variable h_t :

$$\alpha_t = \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}}$$

Las empresas maximizan los ingresos de manera no estocástica.

$$\pi_t = M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t} - w_t L_t - (i_t + \lambda - 1)M_{t-1}$$

$$\text{Max}_{\{M_{t-1}, L_t\}} \pi_t$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial M_{t-1}} = \alpha_t M_{t-1}^{\alpha_t - 1} L_t^{\beta_t} - i_t - \lambda + 1 = 0 \quad i_t = \alpha_t M_{t-1}^{\alpha_t - 1} L_t^{\beta_t} + 1 - \lambda$$

$$i_t = \alpha_t \frac{Y_t}{M_{t-1}} + 1 - \lambda$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial L_t} = \beta_t M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t - 1} - w_t = 0 \quad w_t = \beta_t M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t - 1}$$

$$w_t = \beta_t \frac{Y_t}{L_t}$$

4.1.3. Desarrollo del modelo Ciclo Real de Negocios con preferencias estocásticas y tecnología endógena.

4.1.3.1. La economía.

$$Y_t = C_t + h_t + I_t$$

La maquinaria sigue la siguiente ley de movimiento, donde λ es la depreciación:

$$I_t = M_t - (1 - \lambda)M_{t-1}$$

$$Y_t = C_t + h_t + M_t - (1 - \lambda)M_{t-1}$$

$$Y_t + (1 - \lambda)M_{t-1} = C_t + h_t + M_t$$

4.1.3.2. El equilibrio.

Reemplazando la demanda de trabajo y la derivada con respecto al consumo en la última derivada del Lagrange:

$$\psi = (1 - \varrho_t)h_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} \beta_t M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t-1}$$

4.1.3.3. El sistema de ecuaciones no lineales en diferencias.

$$\psi = (1 - \varrho_t)h_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} \beta_t M_{t-1}^{\alpha_t} L_t^{\beta_t-1}$$

$$\varrho_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} = \theta E_t \left(\varrho_{t+1} C_{t+1}^{-\nu} \chi_{t+1}^{\nu-\sigma} i_{t+1} \right)$$

$$h_t = \left(\frac{1 - \varrho_t}{\varrho_t} \right)^{\frac{1}{\nu}} C_t$$

$$Y_t + (1 - \lambda)M_{t-1} = C_t + h_t + M_t$$

$$\alpha_t = \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}}$$

$$\varrho_t = \varrho_{LP}^{1-\xi} \varrho_{t-1}^{\xi} e^{\nu t}$$

Rompiendo las ecuaciones y asumiendo que todo el tiempo de los hogares es dedicado al trabajo; entonces la primera ecuación del sistema anterior es 0, por lo que se transforma en:

$$\begin{aligned}
Y_t &= M_{t-1}^{\alpha_t} \\
\wp_t C_t^{-\nu} \chi_t^{\nu-\sigma} &= \theta E_t \left(\wp_{t+1} C_{t+1}^{-\nu} \chi_{t+1}^{\nu-\sigma} i_{t+1} \right) \\
h_t &= \left(\frac{1-\wp_t}{\wp_t} \right)^{\frac{1}{\nu}} C_t \\
i_t &= \alpha_t \frac{Y_t}{M_{t-1}} + 1 - \lambda \\
Y_t + (1-\lambda)M_{t-1} &= C_t + h_t + M_t \\
\alpha_t &= \wp e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}} \\
\ln \wp_t &= (1-\xi) \ln \wp_{LP} + \xi \ln \wp_{t-1} + v_t
\end{aligned}$$

4.1.3.4. El estado estacionario y la linealización.

Reemplazando la demanda de trabajo y la derivada con respecto al consumo en la última derivada del Lagrange:

$$\begin{aligned}
Y_{ee} &= M_{ee}^{\alpha_{ee}} \\
\wp_{ee} C_{ee}^{-\nu} \chi_{ee}^{\nu-\sigma} &= \theta E_t \left(\wp_{ee} C_{ee}^{-\nu} \chi_{ee}^{\nu-\sigma} i_{ee} \right) \quad i_{ee} = \frac{1}{\theta}
\end{aligned} \tag{Ec. 8}$$

$$h_{ee} = \left(\frac{1-\wp_{ee}}{\wp_{ee}} \right)^{\frac{1}{\nu}} C_{ee} \tag{Ec. 9}$$

$$i_{ee} = \alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} + 1 - \lambda \Rightarrow \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} = \frac{1}{\alpha_{ee}} [i_{ee} - (1-\lambda)]$$

$$Y_{ee} + (1-\lambda)M_{ee} = C_{ee} + h_{ee} + M_{ee} \Rightarrow Y_{ee} - \lambda M_{ee} = C_{ee} + h_{ee} \Rightarrow \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} - \lambda = \frac{C_{ee}}{M_{ee}} + \frac{h_{ee}}{M_{ee}} \tag{Ec. 10}$$

$$\alpha_{ee} = \wp e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{ee}}} - \frac{1}{h_{ee}}} \Rightarrow \alpha_{ee} e^{\frac{1}{\sqrt{\alpha_{ee}}}} = \wp e^{-\frac{1}{h_{ee}}} \Rightarrow \left(\alpha_{ee} e^{\alpha_{ee}^{\frac{1}{2}}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\wp e^{-\frac{1}{h_{ee}}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{\alpha_{ee}}}e^{-\frac{1}{2\sqrt{\alpha_{ee}}}} = -\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}e^{\frac{1}{2h_{ee}}} \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{\alpha_{ee}}} = W\left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}e^{\frac{1}{2h_{ee}}}\right)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\alpha_{ee}}} = -W\left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}e^{\frac{1}{2h_{ee}}}\right)$$

$$\ln \wp_{ee} = (1 - \xi)\ln \wp_{LP} + \xi \ln \wp_{ee} \Rightarrow (1 - \xi)\ln \wp_{ee} = (1 - \xi)\ln \wp_{LP} \Rightarrow \wp_{ee} = \wp_{LP}$$

La tecnología del sistema anterior se desarrolló usando la Ec. 4; Ec. 3 y sus aproximaciones son con las que se linealizará el sistema:

$$Y_{ee}(1 + \hat{Y}_t) = [M_{ee}(1 + \hat{M}_{t-1})]^{\alpha_{ee}(1 + \hat{\alpha}_t)}$$

$$Y_{ee}(1 + \hat{Y}_t) = \left[M_{ee}^{\alpha_{ee} + \alpha_{ee}\hat{\alpha}_t} (1 + \hat{M}_{t-1})^{\alpha_{ee}(1 + \hat{\alpha}_t)} \right]$$

$$\ln(1 + \hat{Y}_t) = \ln M_{ee}^{\alpha_{ee}\hat{\alpha}_t} + \ln(1 + \hat{M}_{t-1})^{\alpha_{ee}(1 + \hat{\alpha}_t)}$$

$$\ln(1 + \hat{Y}_t) = \alpha_{ee}\hat{\alpha}_t \ln M_{ee} + \alpha_{ee}(1 + \hat{\alpha}_t)\ln(1 + \hat{M}_{t-1})$$

$$\hat{Y}_t = \alpha_{ee}\mathcal{M}\hat{\alpha}_t + \alpha_{ee}\hat{M}_{t-1} \quad , \quad \mathcal{M} = \ln M_{ee}$$

De la segunda ecuación del sistema:

$$\wp_{ee}(1 + \hat{\wp}_t)[C_{ee}(1 + \hat{C}_t)]^{-\nu}[\chi_{ee}(1 + \hat{\chi}_t)]^{\nu - \sigma} = \theta E_t \left\{ \wp_{ee}(1 + \hat{\wp}_{t+1})[C_{ee}(1 + \hat{C}_{t+1})]^{-\nu}[\chi_{ee}(1 + \hat{\chi}_{t+1})]^{\nu - \sigma} i_{ee}(1 + \hat{i}_{t+1}) \right\}$$

$$(1 + \hat{\wp}_t)[(1 - \nu\hat{C}_t)][1 + (\nu - \sigma)\hat{\chi}_t] = E_t \left\{ (1 + \hat{\wp}_{t+1})[(1 - \nu\hat{C}_{t+1})][1 + (\nu - \sigma)\hat{\chi}_{t+1}](1 + \hat{i}_{t+1}) \right\}$$

$$\hat{\wp}_t - \nu\hat{C}_t + (\nu - \sigma)\hat{\chi}_t = E_t \left\{ \hat{\wp}_{t+1} - \nu\hat{C}_{t+1} + (\nu - \sigma)\hat{\chi}_{t+1} + \hat{i}_{t+1} \right\}$$

$$E_t \left\{ (\hat{\wp}_{t+1} - \hat{\wp}_t) - \nu(\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_t) + (\nu - \sigma)(\hat{\chi}_{t+1} - \hat{\chi}_t) + \hat{i}_{t+1} \right\} = 0$$

Linealizando la función de utilidad solo en χ_t :

$$\left[\wp_t C_t^{1-\nu} + (1-\wp_t) h_t^{1-\nu} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} = \chi_t$$

$$\wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t) \left[C_{ee} (1 + \hat{C}_t) \right]^{1-\nu} + [1 - \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)] \left[h_{ee} (1 + \hat{h}_t) \right]^{1-\nu} = [\chi_{ee} (1 + \hat{\chi}_t)]^{1-\nu}$$

$$\wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} (1 + \hat{\wp}_t) \left[1 + (1-\nu) \hat{C}_t \right] + h_{ee}^{1-\nu} \left[(1 - \wp_{ee}) - \wp_{ee} \hat{\wp}_t \right] \left[1 + (1-\nu) \hat{h}_t \right] = \chi_{ee}^{1-\nu} \left[1 + (1-\nu) \hat{\chi}_t \right]$$

$$\wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} \left[1 + \hat{\wp}_t + (1-\nu) \hat{C}_t \right] + h_{ee}^{1-\nu} \left[(1 - \wp_{ee}) - \wp_{ee} \hat{\wp}_t + (1 - \wp_{ee}) (1-\nu) \hat{h}_t \right] = \chi_{ee}^{1-\nu} \left[1 + (1-\nu) \hat{\chi}_t \right]$$

$$\wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} + \wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} \hat{\wp}_t + \wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} (1-\nu) \hat{C}_t + h_{ee}^{1-\nu} (1 - \wp_{ee}) - \wp_{ee} h_{ee}^{1-\nu} \hat{\wp}_t + h_{ee}^{1-\nu} (1 - \wp_{ee}) (1-\nu) \hat{h}_t = \chi_{ee}^{1-\nu} + \chi_{ee}^{1-\nu} (1-\nu) \hat{\chi}_t$$

$$\left(C_{ee}^{1-\nu} - h_{ee}^{1-\nu} \right) \wp_{ee} \hat{\wp}_t + \wp_{ee} C_{ee}^{1-\nu} (1-\nu) \hat{C}_t + (1 - \wp_{ee}) h_{ee}^{1-\nu} (1-\nu) \hat{h}_t = \chi_{ee}^{1-\nu} (1-\nu) \hat{\chi}_t$$

$$\frac{\left(C_{ee}^{1-\nu} - h_{ee}^{1-\nu} \right) \wp_{ee}}{\chi_{ee}^{1-\nu} (1-\nu)} \hat{\wp}_t + \wp_{ee} \frac{C_{ee}^{1-\nu}}{\chi_{ee}^{1-\nu}} \hat{C}_t + (1 - \wp_{ee}) \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\chi_{ee}^{1-\nu}} \hat{h}_t = \hat{\chi}_t$$

De la tercera ecuación del sistema:

$$h_t = \left(\frac{1 - \wp_t}{\wp_t} \right)^{\frac{1}{\nu}} C_t$$

$$\left(\frac{h_t}{C_t} \right)^{\nu} = \frac{1 - \wp_t}{\wp_t}$$

$$\left[\frac{h_{ee} (1 + \hat{h}_t)}{C_{ee} (1 + \hat{C}_t)} \right]^{\nu} = \frac{1 - \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)}{\wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)}$$

$$\frac{h_{ee}^{\nu} (1 + \hat{h}_t)}{C_{ee}^{\nu} (1 + \hat{C}_t)} = \frac{1 - \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)}{\wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)}$$

$$h_{ee}^{\nu} (1 + \hat{h}_t) C_{ee}^{-\nu} (1 - \nu \hat{C}_t) \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t) = 1 - \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t)$$

$$(1 - \wp_{ee}) (1 + \hat{h}_t - \nu \hat{C}_t + \hat{\wp}_t) = 1 - \wp_{ee} - \wp_{ee} \hat{\wp}_t$$

$$(1 - \wp_{ee}) \hat{h}_t = (1 - \wp_{ee}) \nu \hat{C}_t - \wp_{ee} \hat{\wp}_t - (1 - \wp_{ee}) \hat{\wp}_t$$

$$\hat{h}_t = \hat{C}_t - \frac{1}{(1-\rho_{ee})^\nu} \hat{\rho}_t$$

Ec. 11

Reemplazando esta última ecuación en la ecuación linealizada de χ_t :

$$\frac{(C_{ee}^{1-\nu} - h_{ee}^{1-\nu})\rho_{ee}}{\chi_{ee}^{1-\nu}(1-\nu)} \hat{\rho}_t + \rho_{ee} \frac{C_{ee}^{1-\nu}}{\chi_{ee}^{1-\nu}} \hat{C}_t + (1-\rho_{ee}) \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\chi_{ee}^{1-\nu}} \hat{C}_t - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \hat{\rho}_t = \hat{\chi}_t$$

$$\left[\frac{(C_{ee}^{1-\nu} - h_{ee}^{1-\nu})\rho_{ee}}{\chi_{ee}^{1-\nu}(1-\nu)} - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right] \hat{\rho}_t + \frac{1}{\chi_{ee}^{1-\nu}} [\rho_{ee} C_{ee}^{1-\nu} + (1-\rho_{ee}) h_{ee}^{1-\nu}] \hat{C}_t = \hat{\chi}_t$$

$$\left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{1}{1-\nu} \right) \hat{\rho}_t + \hat{C}_t = \hat{\chi}_t$$

Adelantando un período la ecuación anterior:

$$\left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{1}{1-\nu} \right) \hat{\rho}_{t+1} + \hat{C}_{t+1} = \hat{\chi}_{t+1}$$

Reemplazando estas dos últimas ecuaciones en la linealización de la segunda ecuación:

$$E_t \left\{ (\hat{\rho}_{t+1} - \hat{\rho}_t) - \nu(\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_t) + (\nu - \sigma) \left[\left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{1}{1-\nu} \right) \hat{\rho}_{t+1} + \hat{C}_{t+1} - \left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{1}{1-\nu} \right) \hat{\rho}_t - \hat{C}_t \right] + \hat{i}_{t+1} \right\} = 0$$

$$E_t \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu\chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{\nu - \sigma}{1-\nu} \right) \right] (\hat{\rho}_{t+1} - \hat{\rho}_t) - \sigma(\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_t) + \hat{i}_{t+1} \right\} = 0$$

De la cuarta ecuación del sistema:

$$i_{ee} (1 + \hat{i}_t) = \alpha_{ee} (1 + \hat{\alpha}_t) \frac{Y_{ee} (1 + \hat{Y}_t)}{M_{ee} (1 + \hat{M}_{t-1})} + 1 - \lambda$$

$$i_{ee} + i_{ee} \hat{i}_t = \alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} (1 + \hat{\alpha}_t + \hat{Y}_t - \hat{M}_{t-1}) + 1 - \lambda$$

$$i_{ee} + i_{ee} \hat{i}_t = \alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} + 1 - \lambda + \alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} (\hat{\alpha}_t + \hat{Y}_t - \hat{M}_{t-1})$$

$$i_{ee}\hat{i}_t = \alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} (\hat{\alpha}_t + \hat{Y}_t - \hat{M}_{t-1})$$

Integrando la ecuación linealizada del producto en la anterior.

$$\hat{i}_t = [1 - \theta(1 - \lambda)] [(1 + \alpha_{ee} \mathcal{M}) \hat{\alpha}_t + (\alpha_{ee} - 1) \hat{M}_{t-1}]$$

De la quinta ecuación:

$$Y_{ee}(1 + \hat{Y}_t) + (1 - \lambda)[M_{ee}(1 + \hat{M}_{t-1})] = C_{ee}(1 + \hat{C}_t) + h_{ee}(1 + \hat{h}_t) + M_{ee}(1 + \hat{M}_t)$$

$$Y_{ee} + Y_{ee}\hat{Y}_t + (1 - \lambda)[M_{ee} + M_{ee}\hat{M}_{t-1}] = C_{ee} + C_{ee}\hat{C}_t + h_{ee} + h_{ee}\hat{h}_t + M_{ee} + M_{ee}\hat{M}_t$$

$$Y_{ee} + Y_{ee}\hat{Y}_t + M_{ee} - \lambda M_{ee} + (1 - \lambda)M_{ee}\hat{M}_{t-1} = C_{ee} + C_{ee}\hat{C}_t + h_{ee} + h_{ee}\hat{h}_t + M_{ee} + M_{ee}\hat{M}_t$$

$$\hat{C}_t = \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{Y}_t + (1 - \lambda) \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_{t-1} - \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{h}_t - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_t$$

Aquí es necesario también reemplazar la ecuación linealizada del producto:

$$\hat{C}_t = \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M} \hat{\alpha}_t + \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_{t-1} + (1 - \lambda) \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_{t-1} - \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{h}_t - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_t$$

$$\hat{C}_t = \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M} \hat{\alpha}_t + \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \left[\alpha_{ee} \frac{Y_{ee}}{M_{ee}} + (1 - \lambda) \right] \hat{M}_{t-1} - \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{h}_t - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_t$$

Sustituyendo la igualdad del interés en estado estacionario y la ecuación linealizada de h_t :

$$\hat{C}_t = \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M} \hat{\alpha}_t + \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) i_{ee} \hat{M}_{t-1} - \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{h}_t - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_t$$

$$\hat{C}_t = \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M} \hat{\alpha}_t + \frac{1}{\theta} \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_{t-1} - \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \left[\hat{C}_t - \frac{1}{(1 - \rho_{ee})^V} \hat{\delta}_t \right] - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_t$$

$$\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right) \hat{C}_t = \alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}}\right) \mathcal{M} \hat{\alpha}_t + \frac{1}{\theta} \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}}\right) \hat{M}_{t-1} + \left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right) \frac{1}{(1 - \wp_{ee})^{\nu}} \hat{\wp}_t - \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}}\right) \hat{M}_t$$

$$\hat{C}_t = \frac{\alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}}\right) \mathcal{M}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right)} \hat{\alpha}_t + \frac{1}{\theta} \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}}\right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right)} \hat{M}_{t-1} + \frac{\left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right) \frac{1}{(1 - \wp_{ee})^{\nu}}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right)} \hat{\wp}_t - \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}}\right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}}\right)} \hat{M}_t$$

De la sexta ecuación:

$$\alpha_{ee} (1 + \hat{\alpha}_t) = \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{ee}(1 + \hat{\alpha}_{t-1})}} - \frac{1}{h_{ee}(1 + \hat{h}_{t-1})}}$$

$$\alpha_{ee} (1 + \hat{\alpha}_t) = \alpha e^{-\alpha_{ee}^{-0.5} + \alpha_{ee}^{-0.5} 0.5 \hat{\alpha}_{t-1} - h_{ee}^{-1} + h_{ee}^{-1} \hat{h}_{t-1}}$$

$$\ln(1 + \hat{\alpha}_t) = \ln e^{\alpha_{ee}^{-0.5} 0.5 \hat{\alpha}_{t-1} + h_{ee}^{-1} \hat{h}_{t-1}}$$

$$\hat{\alpha}_t = \frac{1}{2\sqrt{\alpha_{ee}}} \hat{\alpha}_{t-1} + h_{ee}^{-1} \hat{h}_{t-1}$$

Reemplazando el valor encontrado en estado estacionario de la tecnología:

$$\hat{\alpha}_t = \left[-W \left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} e^{\frac{1}{2h_{ee}}} \right) \right] \hat{\alpha}_{t-1} + h_{ee}^{-1} \hat{h}_{t-1} \quad \text{Ec. 12}$$

De la séptima ecuación:

$$\ln \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_t) = (1 - \xi) \ln \wp_{ee} + \xi \ln \wp_{ee} (1 + \hat{\wp}_{t-1}) + v_t$$

$$\ln(1 + \hat{\wp}_t) = \xi \ln(1 + \hat{\wp}_{t-1}) + v_t$$

$$\hat{\wp}_t = \xi \hat{\wp}_{t-1} + v_t$$

El sistema linealizado es:

$$E_t \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu \chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{\nu - \sigma}{1 - \nu} \right) \right] (\hat{\rho}_{t+1} - \hat{\rho}_t) - \sigma (\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_t) + \hat{i}_{t+1} \right\} = 0$$

$$\hat{C}_t = \frac{\alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{\alpha}_t + \frac{1}{\theta} \left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right) \hat{M}_{t-1} + \frac{\left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \frac{1}{(1 - \rho_{ee}) \nu}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{\rho}_t - \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{M}_t$$

$$\hat{i}_t = [1 - \theta(1 - \lambda)] [(1 + \alpha_{ee} \mathcal{M}) \hat{\alpha}_t + (\alpha_{ee} - 1) \hat{M}_{t-1}]$$

$$\hat{\alpha}_t = \left[-W \left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} e^{\frac{1}{2h_{ee}}} \right) \right] \hat{\alpha}_{t-1} + h_{ee}^{-1} \hat{h}_{t-1}$$

$$\hat{\rho}_t = \xi \hat{\rho}_{t-1} + v_t \tag{Ec. 13}$$

4.1.3.5. Solución.

4.1.3.5.1. La ecuación de espacio de estados.

Haciendo un cambio a las ecuaciones del sistema usado para resolver el Modelo Ciclo Real de Negocios por Bazán (2013) se tiene:

$$\hat{C}_t = A \hat{M}_{t-1} + B \hat{\rho}_t + C \hat{\alpha}_t \tag{Ec. 15}$$

$$\hat{M}_t = D \hat{M}_{t-1} + E \hat{\rho}_t + F \hat{\alpha}_t \tag{Ec. 14}$$

$$\hat{\rho}_t = \xi \hat{\rho}_{t-1} + v_t$$

4.1.3.5.2. Calibración del modelo.

Igualando las ecuaciones del consumo de dos últimos sistemas lineales:

$$A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t = \frac{\alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{\alpha}_t + \frac{1}{\theta} \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{M}_{t-1} + \frac{\left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \frac{1}{(1-\rho_{ee})^v}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \hat{\rho}_t - \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} (D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t)$$

$$a = \frac{\alpha_{ee} \left(\frac{Y_{ee}}{C_{ee}} \right) \mathcal{M}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \quad \text{Ec. 19} ; \quad b = \frac{1}{\theta} \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \quad \text{Ec. 18} ; \quad c = \frac{\left(\frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right) \frac{1}{(1-\rho_{ee})^v}}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \quad \text{Ec. 17} ; \quad d = \frac{\left(\frac{M_{ee}}{C_{ee}} \right)}{\left(1 + \frac{h_{ee}}{C_{ee}} \right)} \quad \text{Ec. 16}$$

$$A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t = a\hat{\alpha}_t + b\hat{M}_{t-1} + c\hat{\rho}_t - d(D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t)$$

$$A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t = a\hat{\alpha}_t + b\hat{M}_{t-1} + c\hat{\rho}_t - dD\hat{M}_{t-1} - dE\hat{\rho}_t - dF\hat{\alpha}_t \quad A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t = (b-dD)\hat{M}_{t-1} + (c-dE)\hat{\rho}_t + (a-dF)\hat{\alpha}_t$$

$$A = (b-dD) \quad \text{Ec. 20} ; \quad B = (c-dE) \quad \text{Ec. 22}; \quad C = (a-dF) \quad \text{Ec. 21}$$

Utilizando la primera ecuación del sistema linealizado:

$$E_t \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu \chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{\nu - \sigma}{1 - \nu} \right) \right] (\hat{\rho}_{t+1} - \hat{\rho}_t) - \sigma (\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_t) + \hat{i}_{t+1} \right\} = 0$$

$$e = \left[1 + \left(1 - \frac{h_{ee}^{1-\nu}}{\nu \chi_{ee}^{1-\nu}} \right) \left(\frac{\nu - \sigma}{1 - \nu} \right) \right]$$

Ec. 23

Adelantando un periodo la ecuación del consumo en el sistema, y reemplazando la ecuación en t y t+1 se tiene:

$$E_t \{ e(\hat{\rho}_{t+1} - \hat{\rho}_t) - \sigma [A\hat{M}_t + B\hat{\rho}_{t+1} + C\hat{\alpha}_{t+1} - (A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t)] + \hat{i}_{t+1} \} = 0$$

$$E_t \{ e\hat{\rho}_{t+1} - e\hat{\rho}_t - \sigma [A(D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t) + B\hat{\rho}_{t+1} + C\hat{\alpha}_{t+1} - (A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t)] + \hat{i}_{t+1} \} = 0$$

$$e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma \left[A(D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t) + B\xi\hat{\rho}_t + C \left[-W \left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} e^{\frac{1}{2h_{ee}}} \right) \right] \hat{\alpha}_t + \frac{\hat{C}_t}{h_{ee}} - \frac{1}{h_{ee}(1-\rho_{ee})\nu} \hat{\rho}_t \right] - (A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t) + E(\hat{i}_{t+1}) = 0$$

$$f = \left[-W \left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} e^{\frac{1}{2h_{ee}}} \right) \right] \quad \text{Ec. 26} \quad ; \quad g = \frac{1}{h_{ee}} \quad \text{Ec. 25} \quad ; \quad h = \frac{1}{h_{ee}(1-\rho_{ee})\nu} \quad \text{Ec. 24}$$

$$e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma [A(D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t) + B\xi\hat{\rho}_t + C[f\hat{\alpha}_t + g\hat{C}_t - h\hat{\rho}_t] - (A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t)] + E(\hat{i}_{t+1}) = 0$$

$$e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma [ADM_{t-1} + AE\hat{\rho}_t + AF\hat{\alpha}_t + B\xi\hat{\rho}_t + Cf\hat{\alpha}_t + Cg\hat{C}_t - Ch\hat{\rho}_t - A\hat{M}_{t-1} - B\hat{\rho}_t - C\hat{\alpha}_t] + E(\hat{i}_{t+1}) = 0$$

$$\begin{aligned}
e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma[(D-1)A\hat{M}_{t-1} + (AE + B\xi - Ch - B)\hat{\rho}_t + (AF + Cf - C)\hat{\alpha}_t + Cg(A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t)] + E(\hat{i}_{t+1}) &= 0 \\
e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma[(D-1)A\hat{M}_{t-1} + CgA\hat{M}_{t-1} + (AE + B\xi - Ch - B)\hat{\rho}_t + CgB\hat{\rho}_t + (AF + Cf - C)\hat{\alpha}_t + CgC\hat{\alpha}_t] + E(\hat{i}_{t+1}) &= 0 \\
e\xi\hat{\rho}_t - e\hat{\rho}_t - \sigma[(D-1 + Cg)A\hat{M}_{t-1} + (AE + B\xi - Ch - B + CgB)\hat{\rho}_t + (AF + Cf - C + C^2g)\hat{\alpha}_t] + E(\hat{i}_{t+1}) &= 0 \\
E(\hat{i}_{t+1}) - \sigma(D-1 + Cg)A\hat{M}_{t-1} - \sigma(AE + B\xi - Ch - B + CgB + (\xi - 1)e)\hat{\rho}_t - \sigma(AF + Cf - C + C^2g)\hat{\alpha}_t &= 0
\end{aligned}$$

Utilizando la tercera ecuación del sistema linealizado:

$$\hat{i}_t = [1 - \theta(1 - \lambda)] [(1 + \alpha_{ee} \mathcal{M}) \hat{\alpha}_t + (\alpha_{ee} - 1) \hat{M}_{t-1}]$$

$$i = [1 - \theta(1 - \lambda)] \quad \text{Ec. 29} \quad ; \quad j = (1 + \alpha_{ee} \mathcal{M}) \quad \text{Ec. 28} \quad ; \quad k = (\alpha_{ee} - 1) \quad \text{Ec. 27}$$

$$\hat{i}_t = i[j\hat{\alpha}_t + k\hat{M}_{t-1}]$$

$$\hat{i}_{t+1} = i[j\hat{\alpha}_{t+1} + k(D\hat{M}_{t-1} + E\hat{\rho}_t + F\hat{\alpha}_t)]$$

$$\hat{i}_{t+1} = j\hat{\alpha}_{t+1} + ikD\hat{M}_{t-1} + ikE\hat{\rho}_t + ikF\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_{t+1} = jf\hat{\alpha}_t + jg(A\hat{M}_{t-1} + B\hat{\rho}_t + C\hat{\alpha}_t) - jh\hat{\rho}_t + ikD\hat{M}_{t-1} + ikE\hat{\rho}_t + ikF\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_{t+1} = jf\hat{\alpha}_t + jgA\hat{M}_{t-1} + jgB\hat{\rho}_t + jgC\hat{\alpha}_t - jh\hat{\rho}_t + ikD\hat{M}_{t-1} + ikE\hat{\rho}_t + ikF\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_{t+1} = (jgA + ikD)\hat{M}_{t-1} + (jgB - jh + ikE)\hat{\rho}_t + (jf + jgC + ikF)\hat{\alpha}_t$$

$$E(\hat{i}_{t+1}) = (jgA + ikD)\hat{M}_{t-1} + (jgB - jh + ikE)\hat{\rho}_t + (jf + jgC + ikF)\hat{\alpha}_t$$

Reemplazando:

$$E(\hat{i}_{t+1}) - \sigma(D - 1 + Cg)A\hat{M}_{t-1} - \sigma(AE + B\xi - Ch - B + CgB + (\xi - 1)e)\hat{\rho}_t - \sigma(AF + Cf - C + C^2g)\hat{\alpha}_t = 0$$

$$(jgA + ikD)\hat{M}_{t-1} + (jgB - jh + ikE)\hat{\rho}_t + (jf + jgC + ikF)\hat{\alpha}_t - \sigma(D - 1 + Cg)A\hat{M}_{t-1} - \sigma(AE + B\xi - Ch - B + CgB + (\xi - 1)e)\hat{\rho}_t - \sigma(AF + Cf - C + C^2g)\hat{\alpha}_t = 0$$

$$[(jgA + ikD) - \sigma(D - 1 + Cg)A]\hat{M}_{t-1} + \{(jgB - jh + ikE) - \sigma[AE + B\xi - Ch - B + CgB + (\xi - 1)e]\}\hat{\rho}_t + [jf + jgC + ikF - \sigma(AF + Cf - C + C^2g)]\hat{\alpha}_t = 0$$

El sistema a encontrar para obtener los valores de los parámetros es:

$$A = (b - dD)$$

$$B = (c - dE)$$

$$C = (a - dF)$$

$$(jgA + ikD) - \sigma(D - 1 + Cg)A = 0$$

$$(jgB - jh + ikE) - \sigma[AE + B\xi - Ch - B + CgB + (\xi - 1)e] = 0$$

$$jf + jgC + ikF - \sigma(AF + Cf - C + C^2g) = 0$$

De la cuarta ecuación del último sistema:

$$jgb - jgdD + ikD - \sigma(D - 1 + Cg)(b - dD) = 0$$

$$jgb - jgdD + ikD - \sigma Db + \sigma b - \sigma Cgb + \sigma dD^2 - \sigma dD + \sigma CgdD = 0$$

$$\sigma dD^2 + (ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)D + [jgb + \sigma b - \sigma(a - dF)gb] = 0$$

$$\sigma dD^2 + (ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)D + [jgb + \sigma b - \sigma(a - dF)gb] = 0$$

$$D_1 = \frac{-(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd) + \sqrt{(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)^2 - 4\sigma d[jgb + \sigma b - \sigma Cgb]}}{2\sigma d} \quad \text{Ec. 30}$$

$$D_2 = \frac{-(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd) - \sqrt{(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)^2 - 4\sigma d[jgb + \sigma b - \sigma Cgb]}}{2\sigma d} \quad \text{Ec. 31}$$

$$(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)^2 - 4\sigma d[jgb + \sigma b - \sigma Cgb] > 0$$

$$(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)^2 - 4\sigma d[jgb + \sigma b - \sigma Cgb] < 0$$

$$(ik - jgd - \sigma b - \sigma d + \sigma Cgd)^2$$

$$(\sigma g d)^2 C^2 - 2\sigma^2 C g d^2 + 2\sigma g d i k C - 2\sigma g d j g d C - 2\sigma^2 g d b C + (\sigma d)^2 - 2\sigma d i k + 2\sigma d^2 j g + 2\sigma^2 d b + (i k)^2 - 2i k j g d - 2i k \sigma b + (j g d)^2 + 2j g d \sigma b + (\sigma b)^2 - 4\sigma d [j g b + \sigma b - \sigma C g b]$$

$$(\sigma g d)^2 C^2 - 2[\sigma d g (\sigma d + j g d + \sigma b - i k - 2\sigma b)] C + [(\sigma d)^2 - 2\sigma d i k + 2\sigma d^2 j g - 2\sigma^2 d b + (i k)^2 - 2i k j g d - 2i k \sigma b + (j g d)^2 - 2j g d \sigma b + (\sigma b)^2] > \Phi$$

$$\Phi C^2 - 2\Lambda C + \Sigma > 0$$

$$C_1 = \frac{2\Lambda + \sqrt{4(\Lambda^2 - \Phi\Sigma)}}{2\Phi}$$

$$C_2 = \frac{2\Lambda - \sqrt{4(\Lambda^2 - \Phi\Sigma)}}{2\Phi}$$

Ec. 33

$$C_1 \cdot C_2 = \frac{\Sigma}{\Phi}$$

De las anteriores, se elegirá la que al reemplazar en D, generé un valor positivo. De la última del sistema:

$$(j g B - j h + i k E) - \sigma [A E + B \xi - C h - B + C g B + (\xi - 1) e] = 0$$

$$j g (c - d E) - j h + i k E - \sigma [A E + (c - d E) \xi - C h - (c - d E) + C g (c - d E) + (\xi - 1) e] = 0$$

$$j g c - j h + i k E - j g d E - \sigma A E - \sigma c + \sigma \xi d E + \sigma C h + \sigma c - \sigma d E - \sigma C g c + \sigma C g d E - \sigma (\xi - 1) e = 0$$

$$E = \frac{jh - jgc + \sigma c - \sigma Ch - \sigma c + \sigma Cgc + \sigma(\xi - 1)e}{ik - jgd - \sigma A + \sigma \xi d - \sigma d + \sigma Cgd}$$

Ec. 34

Dado que C y A ya tienen valores, es posible encontrar E y luego B.

4.1.4. Análisis de los resultados obtenidos.

4.1.4.1. Estimación 1981T2 – 2016T2 para Perú.

Tabla 4

Coefficientes estimados

Espacio temporal: 1981Q2 2016Q2				
Número de datos: 141				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.631770	0.058536	10.79284	0.0000
C(2)	0.271755	0.060154	4.517668	0.0000
C(3)	0.383308	0.078314	4.894533	0.0000

Ecuaciones con los valores sustituidos

$$A(t) = 0.631769542502 * A(t-1) + 0.271755142059 * H(t-1)$$

$$P(t) = 0.383308261763 * P(t-1)$$

Fuente: Elaboración propia

Los valores calculados de estado estacionario y parámetros:

Tabla 5

Valores de los parámetros

Nombre del parámetro	Valor numérico	Ecuación	Fuente
σ	0.5		Por el autor
v	2.56		Antipina (2013)
ξ	0.383308261763	Ec. 13	
λ	0.025		Bazán (2013)
θ	0.98		Por el autor
S	0.00005184		Bazán (2013)
ρ	87.8376	Ec. 12	
C(ee)	5.37375	Ec. 9	
α (ee)	0.62635801	Ec. 12	
h(ee)	3.67978318	Ec. 12	
M(ee)	39.3710954	Ec. 10	
P(ee)	0.725		Zavaleta (2016)
i(ee)	1.02040816	Ec. 8	
Y(ee)	9.98049798	Ec. 10	
a	2.53618808	Ec. 16	
b	4.43744849	Ec. 17	
c	0.57733977	Ec. 18	
d	4.34869952	Ec. 19	

e	6.1956324	Ec. 23
f	0.63176954	Ec. 24
g	0.27175514	Ec. 25
h	0.38601583	Ec. 26
i	0.0445	Ec. 27
j	3.30063299	Ec. 28
k	-0.373642	Ec. 29
discrimin. D1	6.08561209	Ec. 30
discrimin. D2	-45.20488	Ec. 31

Fuente: Elaboración propia

Como la discriminante 2 es negativa, para encontrar A, B, C, D, E y F se utilizarán las Ec. 20, Ec. 21, Ec. 22, Ec. 30, Ec. 32, y Ec. 34. Por lo tanto:

$$\hat{\alpha}_t = 0.631769542502\hat{\alpha}_{t-1} + 0.271755142059\hat{h}_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t = 2.300632987\hat{\alpha}_t + 0.626358015\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{C}_t = 0.42168965\hat{M}_{t-1} + 8.88155578\hat{\phi}_t + 11.4398568\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{M}_t = 0.92343902\hat{M}_{t-1} - 1.90958607\hat{\phi}_t - 2.04743249\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_t = 0.146878168\hat{\alpha}_t - 0.01662707\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{h}_t = \hat{C}_t - 1.420454545\hat{\phi}_t$$

$$\hat{\phi}_t = 0.383308262\hat{\phi}_{t-1} + v_t$$

Los gráficos siguientes fueron construidos con la data que generan las ecuaciones anteriores al aplicar shocks en las preferencias, luego a los datos se les fue aplicado el filtro Hodrick-Prescott para obtener el ciclo económico de cada variable:

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

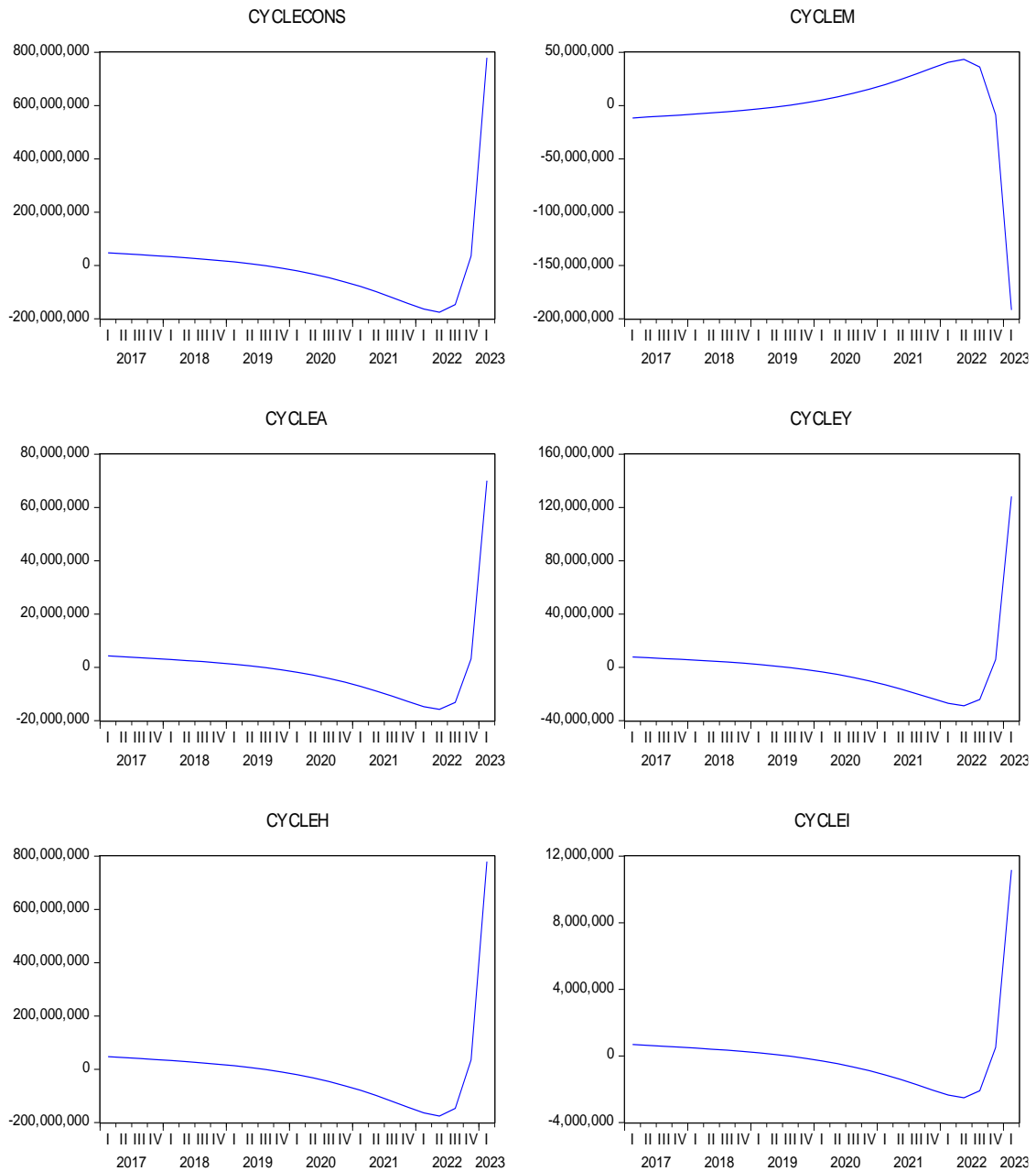


Figura 2: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es positivo.

Fuente: Elaboración propia.

Afección de shock en las preferencias sobre las demás variables

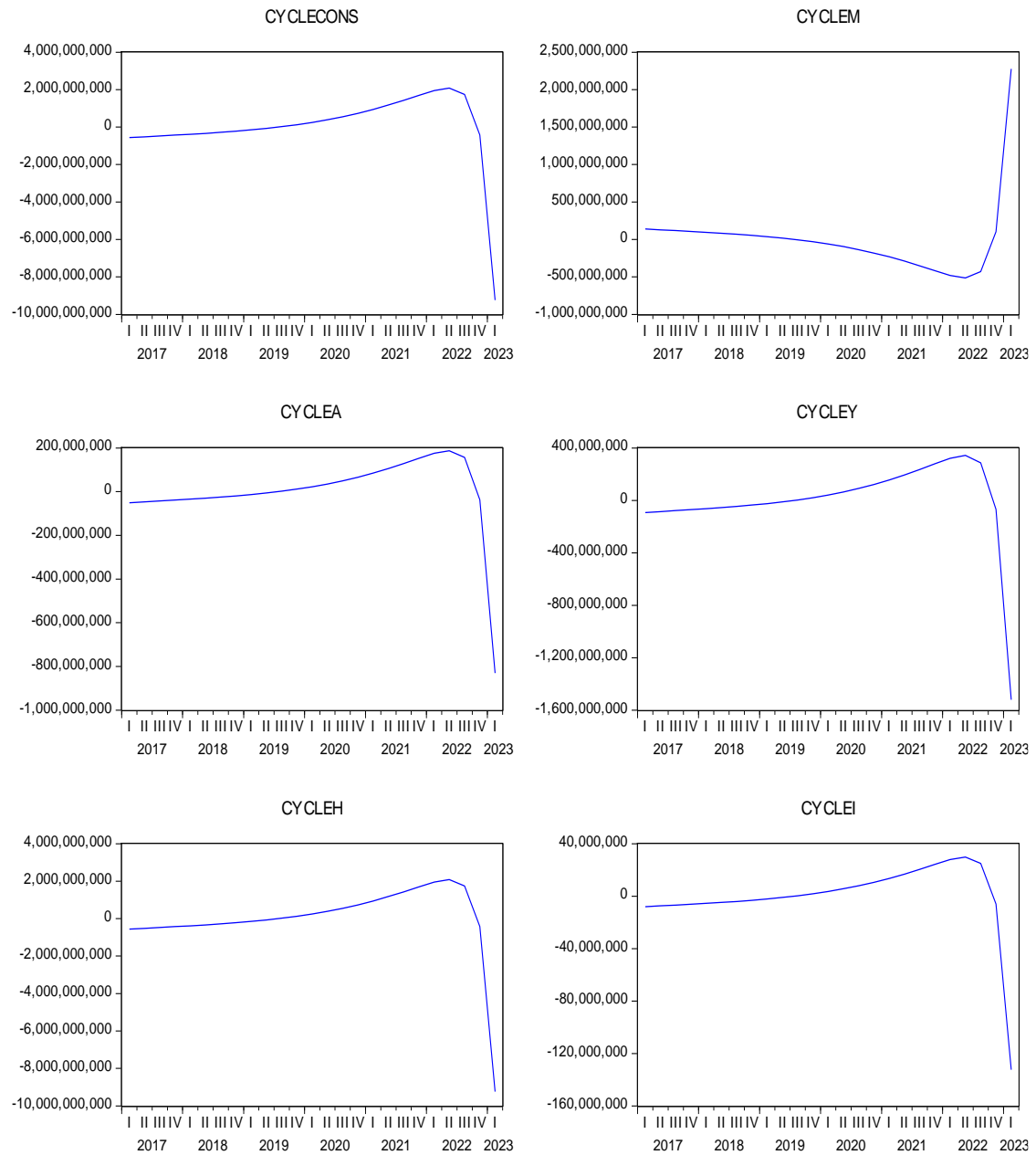


Figura 3: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es negativo.

Fuente: Elaboración propia.

4.1.4.2. Estimación 1981T2 – 2016T2 para USA.

Tabla 6

Coefficientes estimados

Espacio temporal: 1981Q2 2016Q2				
Número de datos: 141				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.424587	0.076928	5.519272	0.0000
C(2)	0.221091	0.058670	3.768407	0.0002
C(3)	0.591520	0.068388	8.649522	0.0000

Ecuaciones con los valores sustituidos

$$A(t) = 0.424587333322 * A(t-1) + 0.221090921181 * H(t-1)$$

$$P(t) = 0.591519661404 * P(t-1)$$

Fuente: Elaboración propia

Los valores calculados de estado estacionario y parámetros:

Tabla 7

Valores de los parámetros

Nombre del parámetro	Valor numérico	Ecuación	Fuente
σ	0.5		Por el autor
v	2.56		Antipina (2013)
ξ	0.591519661404	Ec. 13	
λ	0.025		Bazán (2013)
θ	0.99		Bazán (2013)
S	0.00005184		Bazán (2013)
ρ	298623	Ec. 12	
C(ee)	8.52135	Ec. 9	
α (ee)	1.3867748	Ec. 12	
h(ee)	4.52302607	Ec. 12	
M(ee)	6.42931007	Ec. 10	
P(ee)	0.835		Carroll (2010)
i(ee)	1.01010101	Ec. 8	
Y(ee)	13.2051088	Ec. 10	
a	2.61240198	Ec. 16	
b	0.49785843	Ec. 17	
c	0.82088415	Ec. 18	
d	0.49287985	Ec. 19	
e	22.0883735	Ec. 23	
f	0.42458733	Ec. 24	

g	0.22109092	Ec. 25
h	0.52341601	Ec. 26
i	0.03475	Ec. 27
j	3.58060379	Ec. 28
k	0.3867748	Ec. 29
discrimin. D1	0.06830407	Ec. 30
discrimin. D2	-0.5907958	Ec. 31

Fuente: Elaboración propia

Como la discriminante 2 es negativa, para encontrar A, B, C, D, E y F se utilizarán las Ec. 20, Ec. 21, Ec. 22, Ec. 30, Ec. 32, y Ec. 34. Por lo tanto:

$$\hat{\alpha}_t = 0.424587333\hat{\alpha}_{t-1} + 0.221090921\hat{h}_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t = 2.580603786\hat{\alpha}_t + 1.3867748\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{C}_t = 0.0696171\hat{M}_{t-1} + 14.866013\hat{\phi}_t + 12.943242\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{M}_t = 0.8688555\hat{M}_{t-1} - 28,49605\hat{\phi}_t - 20.96016\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_t = 0.124425982\hat{\alpha}_t + 0.013440424\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{h}_t = \hat{C}_t - 2.367424242\hat{\phi}_t$$

$$\hat{\phi}_t = 0.591519661404 \hat{\phi}_{t-1} + v_t$$

Los gráficos siguientes fueron construídos con la data que generan las ecuaciones anteriores al aplicar shocks en las preferencias, luego a los datos se les fue aplicado el filtro Hodrick-Prescott para obtener el ciclo económico de cada variable:

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

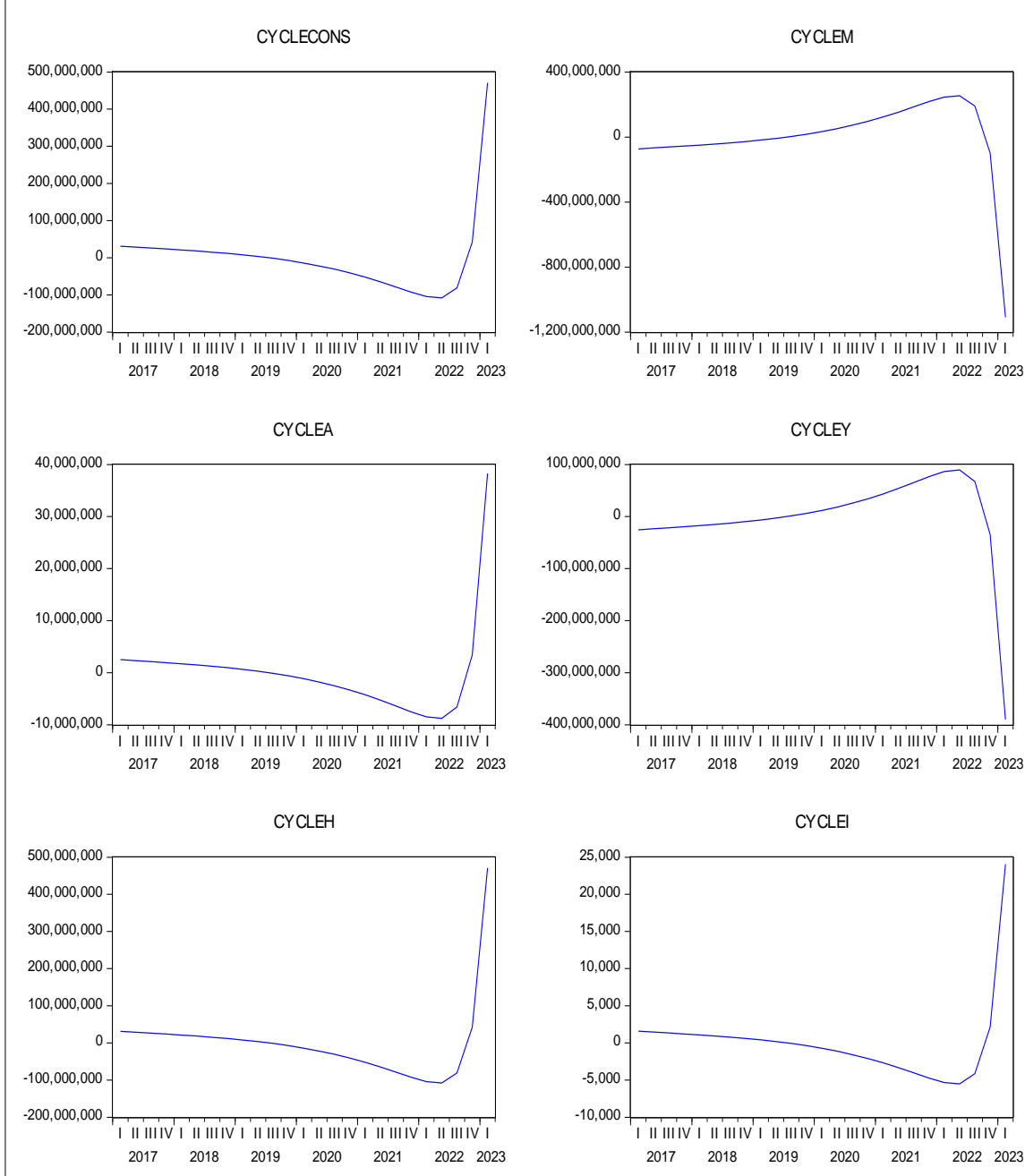


Figura 4: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es positivo.

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

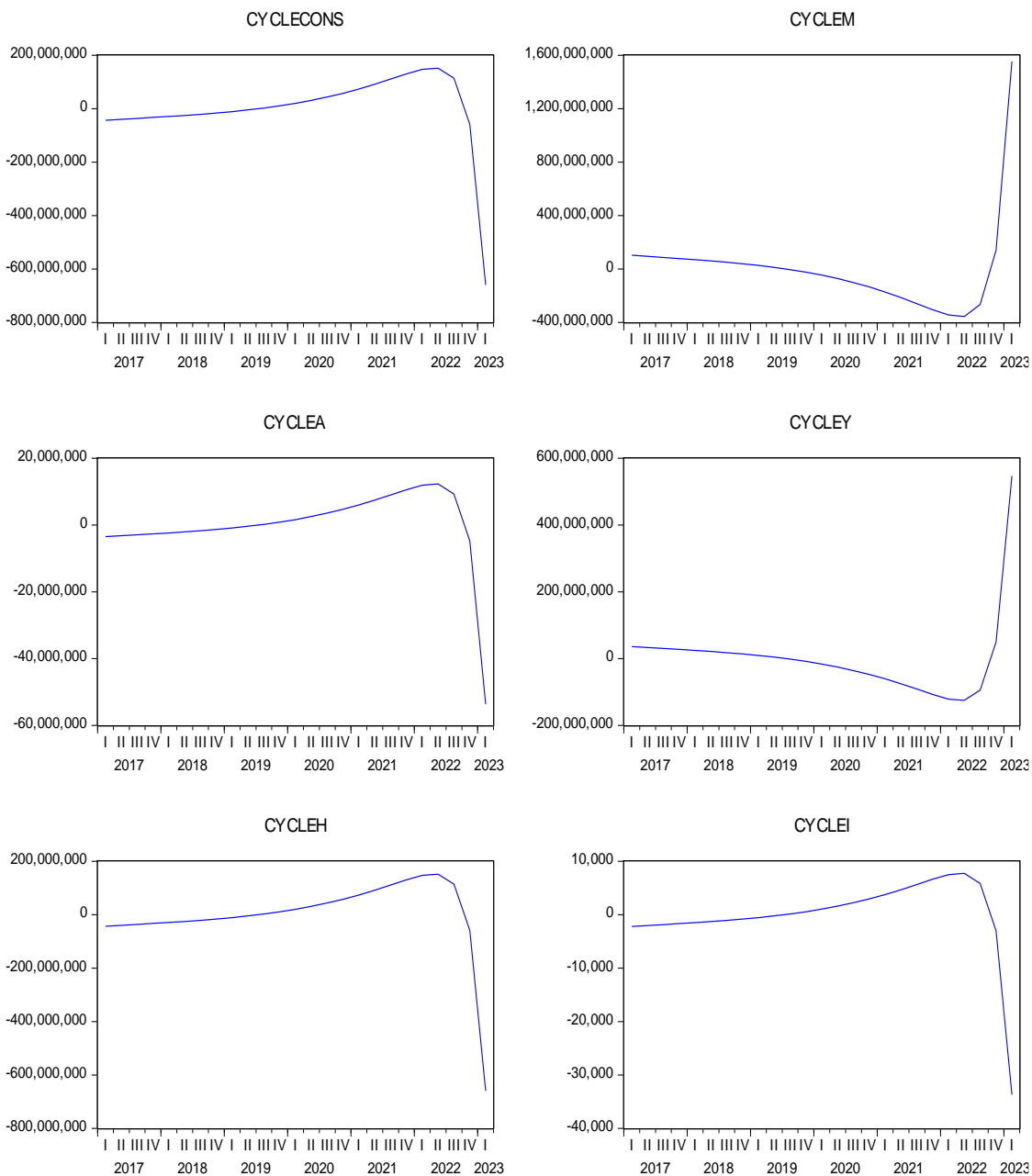


Figura 5: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es negativo.

Fuente: Elaboración propia.

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

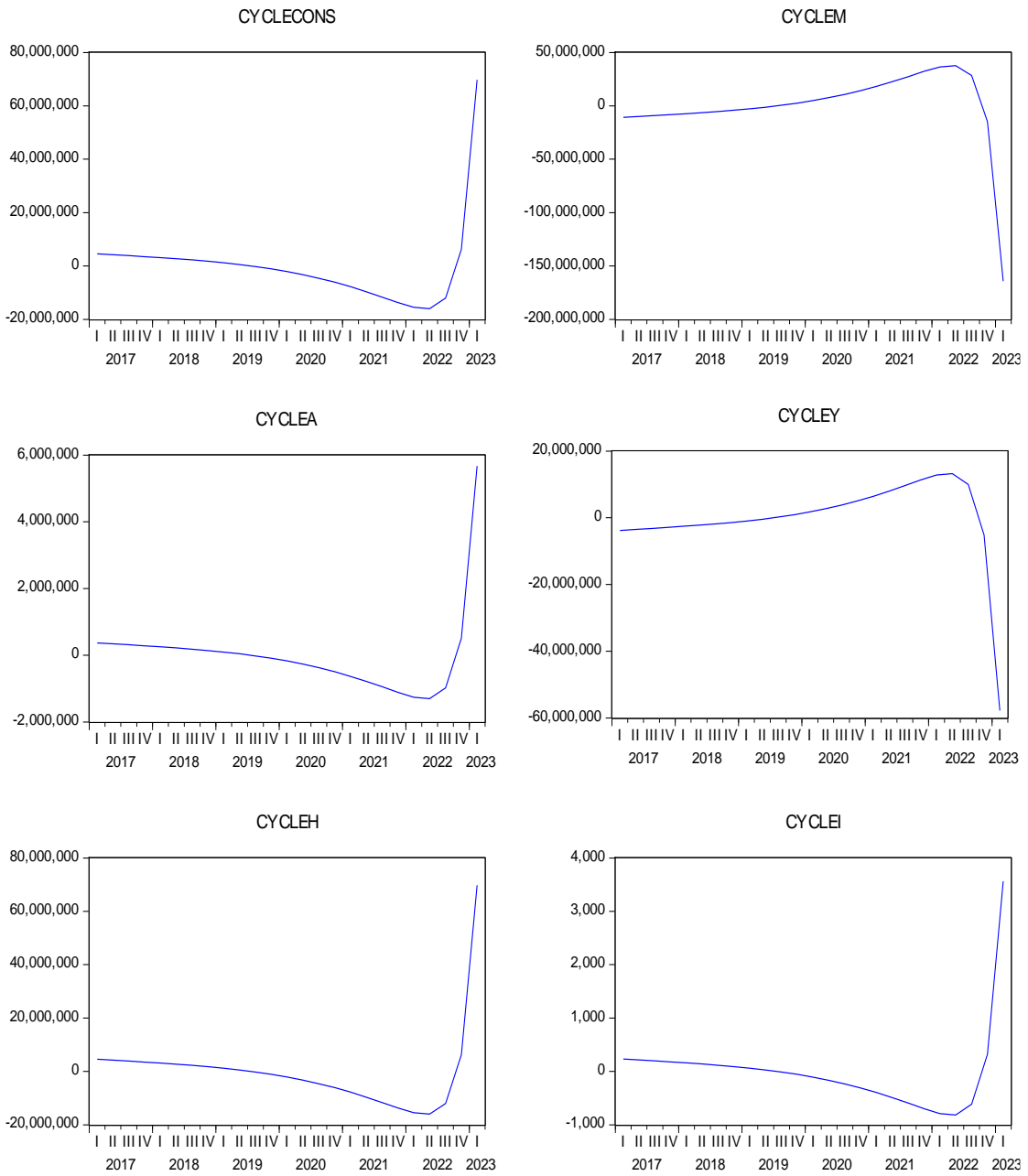


Figura 6: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es negativo.

Fuente: Elaboración propia.

4.1.4.3. Estimación 1995T2 – 2016T2 para UE.

Tabla 8

Coefficientes estimados

Espacio temporal: 1995Q2 2016Q2				
Número de datos: 85				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.571241	0.090341	6.323134	0.0000
C(2)	0.420873	0.390796	1.076965	0.2825
C(3)	0.684260	0.079233	8.636001	0.0000

Ecuaciones con los valores sustituidos

$$A(t)=0.571240501001*A(t-1) + 0.420873408542*H(t-1)$$

$$P(t)= 0.684260205493*P(t-1)$$

Fuente: Elaboración propia

Los valores calculados de estado estacionario y parámetros:

Tabla 9

Valores de los parámetros

Nombre del parámetro	Valor numérico	Ecuación	Fuente
σ	0.5		Por el autor
v	2.56		Antipina (2013)
ξ	0.684260205493	Ec. 13	
λ	0.025		Bazán (2013)
θ	0.99		Bazán (2013)
S	0.00005184		Bazán (2013)
α	273345	Ec. 12	
$C(ee)$	5.60531	Ec. 9	
$\alpha(ee)$	0.76612922	Ec. 12	
$h(ee)$	2.37601136	Ec. 12	
$M(ee)$	16.0411327	Ec. 10	
$P(ee)$	0.9		Carroll et al. (2014)
$i(ee)$	1.01010101	Ec. 8	
$Y(ee)$	8.38234968	Ec. 10	
a	2.2329574	Ec. 16	
b	2.03013557	Ec. 17	
c	1.16287692	Ec. 18	
d	2.00983421	Ec. 19	
e	-1.4104245	Ec. 23	

f	0.5712405	Ec. 24
g	0.42087341	Ec. 25
h	1.64403675	Ec. 26
i	0.03475	Ec. 27
j	3.12612827	Ec. 28
k	-0.2338708	Ec. 29
discrimin. D1	2.48912666	Ec. 30
discrimin. D2	-10.666032	Ec. 31

Fuente: Elaboración propia

Como la discriminante 2 es negativa, para encontrar A, B, C, D, E y F se utilizarán las Ec. 20, Ec. 21, Ec. 22, Ec. 30, Ec. 32, y Ec. 34. Por lo tanto:

$$\hat{\alpha}_t = 0.571240501001\hat{\alpha}_{t-1} + 0.42873408542\hat{h}_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t = 2.126128266\hat{\alpha}_t + 0.766129219\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{C}_t = 0.042288587\hat{M}_{t-1} + 4.302063486\hat{\phi}_t + 10.07774124\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{M}_t = 0.989060177\hat{M}_{t-1} - 1.56191319\hat{\phi}_t - 3.90319948\hat{\alpha}_t$$

$$\hat{i}_t = 0.108632957\hat{\alpha}_t - 0.00812701\hat{M}_{t-1}$$

$$\hat{h}_t = \hat{C}_t - 3.90625\hat{\phi}_t$$

$$\hat{\phi}_t = 0.684260205493\hat{\phi}_{t-1} + v_t$$

Los gráficos siguientes fueron construídos con la data que generan las ecuaciones anteriores al aplicar shocks en las preferencias, luego a los datos se les fue aplicado el filtro Hodrick-Prescott para obtener el ciclo económico de cada variable:

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

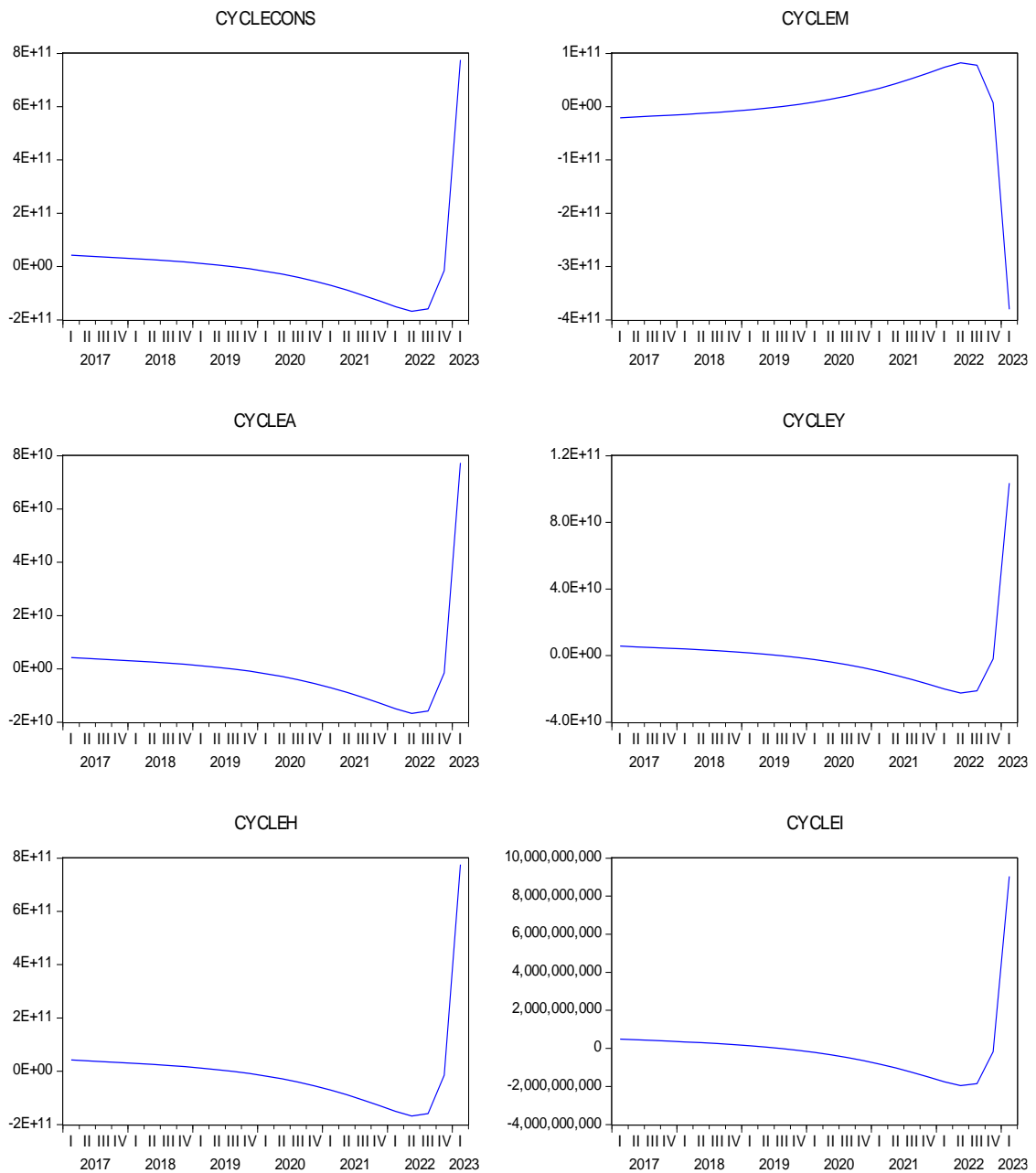


Figura 7: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es positivo.

Fuente: Elaboración propia.

Afección de shocks en las preferencias sobre las demás variables

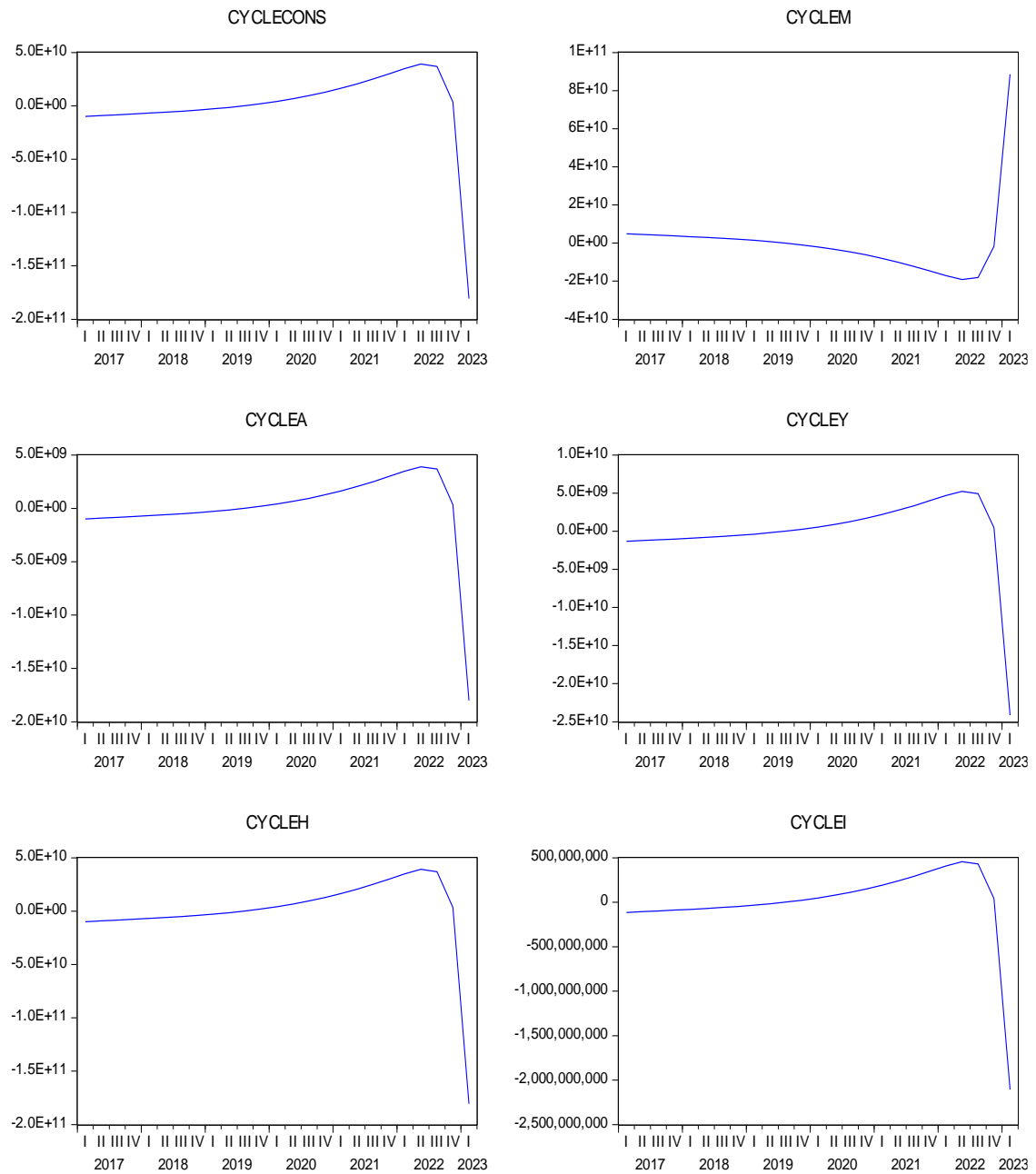


Figura 8: Ciclo económico del consumo, maquinaria, tecnología, producto, h, e interés cuando el primer shock es negativo.

4.1.4.4. Comparación de los shocks en las preferencias.

Comparación cambio de las preferencias

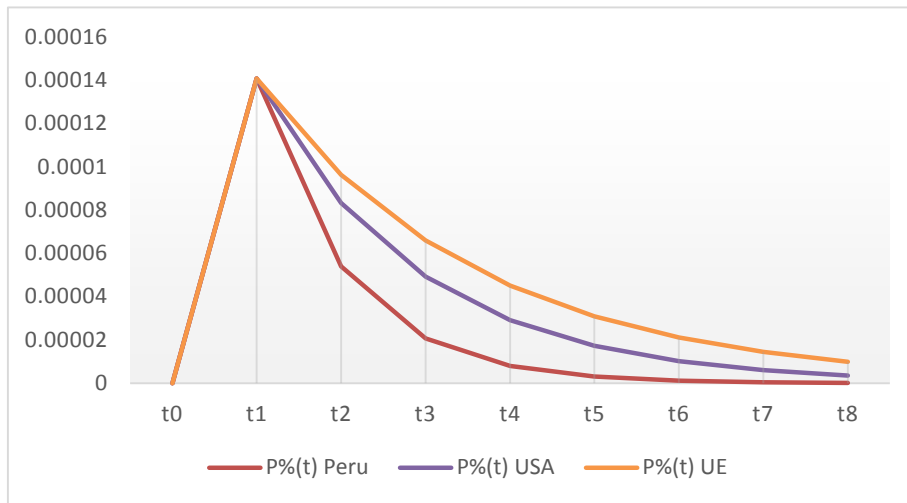


Figura 9: Efecto de un Shock aleatorio positivo.

Fuente: Elaboración propia.

Comparación cambio de las preferencias

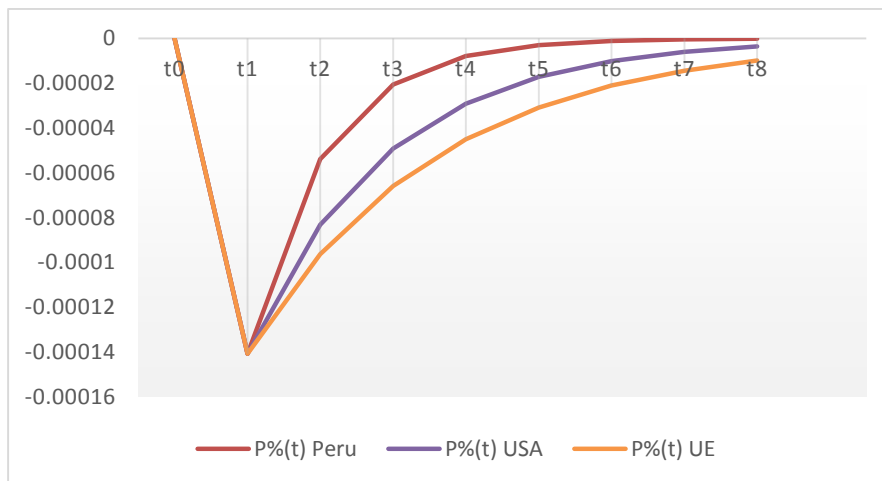


Figura 10: Shock aleatorio negativo.

Fuente: Elaboración propia.

4.2. Discusión de los resultados.

La presente investigación tiene como propósito incorporar preferencias estocásticas y tecnología endógena al modelo Ciclo Real de Negocios, por lo cual se tiene como resultado que la incorporación de preferencias estocásticas es factible. La maximización de la función de utilidad que realizan las familias, a la cual se le añadió el ruido blanco sujeto a los ingresos de las mismas se desarrolló sin ninguna dificultad, siguiendo el proceso de programación dinámica desarrollado por Bazán (2013).

El especificar una ecuación para la tecnología endógena fue un proceso de particular de la investigación, la función debía garantizar que las derivadas parciales en sus variables rezagadas sean positivas, y a la vez que la variable α_t sea un número pequeño, que económicamente no puede distar de manera positiva a la unidad en muchas décimas debido a que es el exponente de la función Cobb-Douglas (Jiménez, 2012). La función representada en el apartado 4.1.2. posee la forma de una ecuación para ser resuelta usando el método W de Lambert (Corless et al., 1996), la misma tiene a sus variables rezagadas como exponentes fraccionarios negativos, cumpliendo de esta manera con ambos requerimientos, dado que h_{t-1} (puede tomar valores muy grandes) no incrementa sustancialmente el valor de α_t período a período, (Ver Anexo N° 2).

La especificación de la función de producción con tecnología endógena en el modelo se rompe el paradigma de que la tecnología es exógena y a su vez de que los exponentes de la función Cobb-Douglas permanezcan constantes a lo largo del tiempo, porque en la función especificada para el modelo, dichos exponentes representan la productividad de su respectivo factor, sin embargo como solo se trabaja con la variable maquinaria no es necesario diseñar una función para la productividad del trabajo al estilo de Romer (1989) como capital humano que “aprende haciendo” período a período.

La solución del modelo siguió los pasos usados por Bazán (2013), pero para poder hallar el valor de los coeficientes del sistema de ecuaciones de espacio-estado con el que se resuelve el modelo a través del método de coeficientes indeterminados, se adicionaron al sistema las variables

preferencias y tecnología, sin embargo para los coeficientes C y D se obtuvieron dos raíces, al ser los mismos despejados de una función cuadrática, por lo que fue imposible decantarse sobre alguna raíz sin haber realizado las estimaciones de la data.

Los resultados que se obtuvieron a través de las dos estimaciones que proporcionaron los valores para hallar los coeficientes de los sistemas de ecuaciones de espacio-estado para cada país, permitieron comprobar que la primera hipótesis es aceptada, dado que sostiene que un ξ menor, explica el por qué los agentes son tan reacios al cambio, entonces la variación de sus preferencias es menor; ello se evidencia en la gráficas 9 y 10, con los ξ de 0.383308261763, 0.591519661404 y 0.684260205493, para Perú, Estados Unidos y la Unión Europea respectivamente. De igual manera, con las estimaciones se corroboró que la segunda hipótesis también es aceptada, el valor de α_{ee} para Perú, 0.62635801, es menor que el valor de los EUA y la EU, cuyos valores son 1.3867748 y 0.76612922 respectivamente.

El ciclo económico de cada variable obtenido al aplicar el filtro Hodrick-Prescott a los datos generados a partir de los shock en las preferencias, mostró una clara tendencia explosiva en el mediano plazo para todas las estimaciones; en el período señalado la economía alcanza dos veces su estado estacionario, con fluctuaciones marcadas, que dependen del primer shock en preferencias, las mismas que trazan caminos fijos para las variables dependiendo de si este primer shock es positivo o negativo, de esta manera se aleja de un modelo Ciclo Real de Negocios con tecnología estocástica (Kydland y Prescott, 1982) el cual señala que los shocks tecnológicos mueven las variables y a la vez las preferencias de las familias son iguales a lo largo del tiempo; a pesar de que el fenómeno existente, sobre el primer shock determine todo, al 95% de probabilidad de ocurrencia, se concuerda con Romer (1989) en que una política óptima para poder tener un crecimiento sostenido es la inversión en capital humano (variable de su modelo), en el caso de un Ciclo Real de Negocios con preferencias estocásticas y tecnología endógena la política óptima es incentivar a las familias para invertir en “h”.

Los autores que modificaron el modelo básico, citados en los antecedentes como Romer (1989), Backus, Kehoe, y Kydland, (1992), Farmer y Guo (1994), Hornstein y Praschnik (1997), Costin J. y Michel R. (2005), Santos M. (2015), Che, Lay y Lay (2016), Bibio (2010) (2015); presentan en sus trabajos modelos que comparten la misma idea de racionalidad, la misma idea en la tecnología, los mismos supuestos para la función de producción, solo distando en las modificaciones específicas que realiza cada uno; como un sector financiero, sectores de bienes intermedios, diferentes tipos de trabajo y sector internacional. Los modelos plantean hacer encajar la realidad en la teoría económica; por el contrario la anexión de preferencias estocásticas y tecnología endógena a pesar de ser aplicada en una economía cerrada, permiten exactamente lo opuesto, calzar la teoría a la realidad, debido a que estas últimas anexiones generan la posibilidad de describir la realidad actual del territorio al cual fue aplicado y obtener los valores de tecnología en estado estacionario, así como el valor η (ξ) que mide el grado de racionalidad, de esta manera se sabrá como fluctuarán las variables macroeconómicas ante cambios en los incentivos por consumo o inversión en educación (“h”), sin embargo pese a que el modelo no contemplan un sector externo, es difícil poder plasmar las verdaderas fluctuaciones de las variables en los países de este milenio, los cuales se encuentran muy globalizados, dicho de otra manera, sus economías son muy abiertas al comercio internacional.

CAPITULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones.

1. La función de utilidad idonea para poder resolver el modelo Ciclo Real de Negocios con preferencias estocásticas es la función de utilidad tipo CES (Sustitución de elasticidad constante, por sus siglas en inglés), dado que una función de utilidad de otro tipo no considera a todos bienes dentro de la misma, es separable y no enfocaría de manera adecuada las interacciones del consumo y h .

2. La función de tecnología endógena presentada en el modelo, fue muy difícil de especificar dado que la variable h medida en unidades tenía que representar como una tasa en la misma, es por eso que encuentra como denominador en el exponente de la función; garantizando que un valor cualquiera se convierta a uno pequeño acorde con el valor que puede tener la tecnología.

3. El desarrollo del modelo RBC (por sus siglas en inglés), se realiza en base al consumo, dado que el " h " es una proporción del mismo, de esta manera que se logra resolver a través del método de coeficientes indeterminados; puesto que si no se simplificara todo en base a consumo sería imposible su solución por el círculo vicioso que se genera al tratar de resolverlo.

4. El modelo Ciclo Real de Negocios con preferencias estocásticas y tecnología endógena, o el modelo de Ciclo Real Endógeno llamado por así por el investigador, obtiene resultados que demuestran la realidad en el caso peruano y americano, con α_{ee} de 0.62635801 y 1.3867748, y ξ de 0.383308261763 y 0.591519661404 respectivamente, sin embargo para los datos europeos no se puede estimar verdaderamente los parámetros para hallar el α_{ee} aunque este es de: 0.76612922, porque la data que existe dista mucho de parecerse a la data de sus contrapartes, así mismo la cantidad de datos es menor a la requerida. El valor del parámetro " o " también juega un papel importante, debido a que este funciona como el medidor tecnológico; EUA presente un valor sumamente elevado, y aunque la tecnología para Perú y la UE son casi parecidas, los valores de " o " son muy distantes, tanto que el valor del parámetro para la UE es casi igual al valor americano. Por otro lado el valor de ξ , 0.684260205493, si explica bien la realidad de las preferencias europeas, dado que es el mayor de los 3 y explica porque dicha población no es reasia a los

cambios; también el modelo presenta una falla, es explosivo al generar datos que solo vayan en dirección al auge o a la crisis en el mediano y largo plazo.

5.2. Recomendaciones.

1. La recomendación que se ha podido llegar en la presente investigación es que se evidencia una necesidad flagrante de mejorar los modelos económicos, haciendo que los mismos contemplen nuevas áreas de estudio siguiendo la visión de que los pobladores de un territorio son los motores de todo el crecimiento y futuro desarrollo económico; dicho de otra manera se necesita la planificación en base al territorio y que los objetivos sean los mismos que los expuestos en la teoría del desarrollo económico local.

2. Se recomienda expandir el uso e investigación en la adición de una función de producción con tecnología endógena, puesto que los paradigmas económicos han cambiado y es el desarrollo endógeno uno de los objetivos del milenio. Una función con tecnología endógena muestra como las elecciones de los agentes afectan a la forma de producción de las empresas en una economía cerrada.

Referencias bibliográficas

- © Real Academia Española. (2016). *Real Academia Española*. Obtenido de RAE Corporation Web site: <http://www.rae.es/>
- Agranov, M., y Ortoleva, P. (2016). Stochastic Choice and Preferences for Randomization. *Journal of Political Economy*, Próximo.
- Antipina, D. (2013). *Dynamic Model in the Utility Function Model under Monetary and Technology Shocks*. Tesis de Maestría, Universidad de Helsinki, Department of Political and Economic Studies, Helsinki. Recuperado el Octubre de 2016
- Backus, D., Kehoe, P., y Kydland, F. (Agosto de 1992). Internacional Real Business Cycles. *The Journal of Political Economy*, 100(4), 745-775.
- Baldor, A. (2007). *ÁLGEBRA* (Segunda ed.). Ciudad de México: Grupo Editorial Patria S.A.
- Bazán Navarro, C. (2014). *Sistemas Dinámicos en Economía*. Chiclayo: USAT .
- Bazán Navarro, C. (2013). *Macroeconomía Dinámica. Ciclos económicos reales: Un modelo básico*. Chiclayo: USAT. Obtenido de WIX.
- Bigio, S. (2010). *Liquidity Shocks and the Business Cycle*. Banco Central de Reserva del Perú, Working Paper series. Lima: BCRP.
- Bigio, S. (Junio de 2015). Endogenous Liquidity and the Business Cycle. *American Economic Review*, 105(6), 1883-1927. doi:10.1257/aer.20110035
- Bucacos, E. (1999). *Capital físico, capital humano y fluctuaciones agregadas en Uruguay*. Banco Central del Uruguay, Investigación Económica. Montevideo: BCU.
- Canova, F., y Unide, A. (Enero de 1997). *International Business Cycle, Financial Markets and Household Production*. Universitat Pompeu Frabra, Centro de Economía Internacional. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Obtenido de <http://crei.cat/people/canova/international.pdf>

- Carroll, C. (Septiembre de 2010). Precautionary Saving and the Marginal Propensity to Consume Out of Permanent Income. *Journal of Monetary Economics*, 56(6), 780-790.
- Carroll, C., Slacalk, J., y Tokuoka, K. (Marzo de 2014). THE DISTRIBUTION OF WEALTH AND TH MARGINAL PROPENSITY TO CONSUME. *Working paper serie. European Central Bank*(1655), 1-32. Obtenido de <http://www.ecb.europa.eu> or from the Social Science Research Network electronic
- Chapeau-Blondeau, F., y Monir, A. (Septiembre de 2002). Numerical Evaluation of the Lambert W Function and Application to Generation of Generalized Gaussian Noise With Exponent 1/2. *IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING*, 50(9), 2160-2165.
- Chen, K.-J., Lai, C.-C., y Lai, T.-W. (7 de April de 2016). *Department of economics. National Chung Cheng University*. Obtenido de National Chung Cheng University: <http://econ.ccu.edu.tw/>
- Chiang, A. (1995). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Ciudad de México: Mc. Graw Hill.
- Cogley, T., y Nason, J. (1995). Effects of the Hodrick-Prescott on trend and difference stationary time series. Implications for business cyclly reseach. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 253-278.
- Corless, R., Gonnet, G., Hare, D., Jeffrey, D., y Knuth, D. (Diciembre de 1996). On the Lambert W Function. *Advances in Computational Mathematics*, 5, 329-359.
- Costain, J., y Reiter, M. (2005). *Business Cycles, Unemployment Insurance, and the Calibration of Matching Models*. Barcelona: Universitat Pompeu Fabra.
- Douglas Hamilton, J. (1994). *Times Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Duncan, R. (Septiembre de 2015). Does the US Current Account Show a Symmetric Behavior over the Business Cycle? *Working Paper*. Lima.

- Duncan, R. (Julio de 2015). Simple Models to Understand and Teach Business Cycle Macroeconomics for Emerging Market and Developing Economies. *Working paper*. Lima.
- Estévez, G., Infante, S., y Sáez, F. (Noviembre de 2011). Estimación de Modelos de Equilibrio General en Economías Dinámicas por Métodos de Monte Carlo y Cadenas de Markov. *Banco Central de Venezuela. Colección de Economía y Finanzas Serie Documento de Trabajo*(219), 1-30.
- Farmer, R., y Guo, J. (1994). Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis. *Journal of Economic Theory*, 42-72.
- Greene, W. (1999). *Análisis Econométrico* (Tercera ed.). (J. A. Hernandez Sánchez, J. Mora López, J. Perote Peña, M. Risueño Gómez, R. Sánchez Larrión, y J. Sarda Pons, Trads.) Madrid: Pearson Princite Hall.
- Hornstein, A., y Praschnik, J. (Mayo de 1997). Intermediate Inputs and Sectoral Comovement in the Business Cycle. *Working Paper Serie*, 1-31.
- Jarlebring, E., y Damm, T. (Diciembre de 2007). The Lambert W function and the spectrum of some multidimensional time-delay systems. (R. Tempo, Ed.) *Automatica: A journal of IFAC the International Federation of Automatic Control*, 2124-2128.
- Jiménez, F. (2012). *Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta*. Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Kerschner, C. (Junio de 2008). Economía en estado estacionario vs decrecimiento económico: ¿Opuestos o complementarios? *Ecología Política*, 13-16.
- King, R., Plosser, C., y Rebelo, S. (1988). Production. growth and business cycle. *Journal of Monetary Economics*, 195-232.
- Kydland, F., y Prescott, E. (1991). Hours and employment variation in business cycle theory. *Economic Theory*, 63-81.
- Lama , R., y Urrutia, C. (2012). *Employment Protection and Business Cycles in Emerging Economies*. Banco Central de Reserva del Peru, Working Paper series. Lima: BCRP.

- Rodríguez, G. (Mayo de 2002). Representación en el espacio de los estados y filtro de Kalman en el contexto de las series temporales económicas. *Documentos de trabajo*, 2.
- My Hoa, D. (2010). *Speeding-up dynamic programming in sequence alignment*. Aarhus University, Department of Computer Science. Aarhus: Aarhus University Press. Recuperado el 5 de Mayo de 2016, de http://www.cs.au.dk/~cstorm/students/MyHoa_Dec2010.pdf
- Nicholson, W., y Snyder, C. (2015). *TEORÍA MICROECONÓMICA: Principios básicos y ampliaciones* (onceava ed.). (A. Vega Orozco, Ed., & E. C. Mercado González, Trad.) México DF: Cengage Learning. Recuperado el 27 de Abril de 2016
- Pérez, C. (2006). *Econometría de las Series Temporales*. Madrid: Pearson. Prentice Hall.
- Prescott, E. (1986). *Theory Ahead of Business Cycle Measurement*. Minneapolis : Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Prescott, E. (2016). *RBC Methodology and the Development of Aggregate Economic Theory*. Arizona State University, Economic department. Minneapolis: Minneapolis FED Research. Obtenido de <https://www.minneapolisfed.org/research/>
- Reams, P., y Magan, R. (Dirección). (2012). *The men who built America* [Película].
- Rebelo, S. (Marzo de 2005). Real Business Cycle: Past, Present and Future. *Scandinavian Journal of Economics*, 107(2), 217-238. Obtenido de Northwestern Kellogg: www.kellogg.northwestern.edu
- Rodríguez, H., y Tiscordio, I. (2011). *Aplicación de un Modelo de Real Business Cycle para la economía Uruguaya*. Banco Central del Uruguay, Investigación Económica. Montevideo: BCU. Obtenido de <http://www.bcu.gub.uy/Estadisticas-e-Indicadores/Documentos%20de%20Trabajo/9.2011.pdf>

- Santos, M. (2015). *The Right Fit for the Wrong Reason: Real Business Cycle in an Oil-Dependent Economy*. Harvard University, Center for International Development at Harvard University. Cambridge: Working Papers.
- Sniedovich, M. (2011). *Dynamic Programming Foundations and Principles* (Segunda ed.). Miami, United States of America: CRC Press Taylor & Francis Group.
- Torres-Degró, A. (2011). Tasas de crecimiento poblacional (r): Una mirada desde el modelo lineal, geométrico y exponencial. *CIDE digital*, 2(1), 142-160. Obtenido de <http://soph.md.rcm.upr.edu/demo/images/CIDEdigital/vo2no1/CIDEvo2no1-Arnaldo%20Torres%20Degro-Tasa%20crecimiento%20poblacional.pdf>
- Varian, H. (2010). *Un enfoque actual: Microeconomía Intermedia* (8 ed.). (E. Rabasco, y L. Toharia, Trads.) Madrid, Castilla y Leon, España: Antoni Bosch Editor.
- Weisstein, E. (28 de Mayo de 2016). *WolframMathWorld*. Obtenido de Wolfram Research, Inc: <http://mathworld.wolfram.com/ApproximationTheory.html>
- WordReference.com, ©. (2016). *WordReference*. Obtenido de WordReference: <http://www.wordreference.com/definicion/>
- Zavaleta Contreras, M. (2016). *Influencia del ingreso disponible y las tasas de interés sobre el consumo privado en el Perú, 2000 - 2014*. Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Trujillo, Escuela académico profesional de Economía, Trujillo. Recuperado el 3 de Octubre de 2016, de http://dspace.unitru.edu.pe:8080/xmlui/bitstream/handle/UNITRU/2231/zavaleta_contreras_marcos.pdf?sequence=1

ANEXOS

ANEXO N° 1.

Tabla 10

Datos de las variables para Perú.

Perú							
Periodo	Variables			Periodo	Variables		
	P	A	h		P	A	h
T181	138.000	0.1152	6349.408	T498	448.699	-0.0334	8024.952
T281	180.400	0.0682	5902.407	T199	360.056	-0.0555	7032.185
T381	119.000	0.0477	6303.402	T299	344.429	-0.0120	7133.981
T481	140.700	-0.0089	7144.841	T399	357.603	-0.0758	7905.646
T182	114.200	-0.0151	6839.295	T499	405.550	0.0877	7909.188
T282	111.700	-0.0433	6107.261	T100	343.606	0.1515	7666.967
T382	120.400	-0.0648	5947.260	T200	360.725	0.0756	6800.716
T482	118.400	-0.0894	4941.049	T300	368.727	0.0634	7354.573
T183	83.000	-0.1585	4226.603	T400	421.154	-0.0491	7638.744
T283	107.000	-0.1983	3323.660	T101	376.086	-0.0473	6835.207
T383	69.000	-0.1934	3824.949	T201	389.824	0.0458	6771.882
T483	90.000	-0.1750	3275.347	T301	416.017	0.0325	7476.442
T184	56.900	-0.0719	3893.805	T401	452.974	0.0030	7005.469
T284	74.800	0.0341	3085.037	T102	379.163	0.0553	6669.326
T384	50.300	0.0675	3519.827	T202	429.297	0.0634	6729.810
T484	73.100	0.1977	3140.466	T302	447.542	0.0528	7277.015
T185	33.750	0.2089	2999.535	T402	498.130	0.0938	7468.848
T285	36.510	0.0666	3375.153	T103	418.820	0.0465	7263.930
T385	27.410	0.0000	2994.606	T203	458.370	0.0232	7141.396
T485	32.100	-0.0594	2710.093	T303	463.278	0.0540	7917.067
T186	54.850	-0.0417	3328.865	T403	500.819	0.0341	7592.606
T286	80.570	0.1451	4758.775	T104	413.094	0.0600	7995.789
T386	99.440	0.2442	3962.627	T204	466.223	0.0674	7768.454
T486	144.510	0.2792	4751.852	T304	504.863	0.0600	8202.150
T187	139.170	0.2220	5306.140	T404	610.951	0.1095	8368.607
T287	71.440	0.1175	4931.373	T105	503.645	0.0564	8332.651
T387	95.920	0.1514	5954.330	T205	567.635	0.0761	8496.808
T487	101.810	0.0468	5068.614	T305	596.442	0.0702	9321.574
T188	62.390	0.0401	5276.297	T405	640.038	0.0599	10065.967
T288	71.280	-0.0033	5043.265	T106	565.097	0.1027	10649.135
T388	81.780	-0.1354	5190.176	T206	618.240	0.0338	10108.319
T488	57.370	-0.3192	3811.665	T306	641.890	0.0765	10754.412
T189	41.760	-0.2641	3328.053	T406	790.876	0.0819	11970.135
T289	77.290	-0.2893	2894.177	T107	687.010	0.0781	12071.909
T389	30.330	-0.1772	4113.633	T207	737.703	0.1224	12465.376
T489	104.990	0.1880	4906.439	T307	818.234	0.0920	14045.489

T190	193.880	0.1850	4770.910	T407	945.973	0.1268	15043.225
T290	56.190	0.1000	4886.589	T108	974.655	0.1263	14809.627
T390	36.660	-0.2212	3846.611	T208	1100.245	0.1141	16484.502
T490	51.540	-0.2398	3654.779	T308	1184.362	0.0857	17910.757
T191	123.805	-0.1479	3791.466	T408	1260.841	0.0248	17248.156
T291	193.645	-0.0309	4225.174	T109	928.686	-0.0355	14716.414
T391	220.225	0.3233	4751.596	T209	903.184	-0.1091	13816.501
T491	217.015	0.1709	4386.162	T309	1010.377	-0.0964	15579.423
T192	251.202	0.0301	4622.057	T409	1120.116	-0.0246	16326.615
T292	246.176	0.0044	4040.395	T110	1125.502	0.0418	16949.375
T392	193.029	-0.1127	4077.954	T210	1249.130	0.1318	17949.128
T492	213.539	0.0149	3709.862	T310	1502.212	0.1540	20091.775
T193	195.528	0.0047	3960.002	T410	1611.899	0.1038	20851.121
T293	213.478	0.0474	4129.652	T111	1426.227	0.1302	19370.869
T393	242.631	0.1256	4682.284	T211	1563.908	0.0782	20120.423
T493	289.486	0.0209	5256.505	T311	1841.931	0.0861	21828.136
T194	258.352	0.0714	4884.519	T411	1901.686	0.0531	22708.647
T294	319.197	0.1745	5331.925	T112	1848.108	0.0206	22390.405
T394	351.228	0.1554	6962.466	T212	1940.189	-0.0077	23554.505
T494	425.010	0.1854	7909.089	T312	2179.075	0.0337	25071.078
T195	375.366	0.1533	7397.090	T412	2284.681	0.0125	26003.660
T295	437.747	0.0782	8187.123	T113	1996.406	0.0126	25067.582
T395	472.590	0.0336	8674.806	T213	2159.105	0.0494	26019.095
T495	499.195	-0.0234	7686.981	T313	2341.941	0.0308	26270.843
T196	423.478	-0.0249	7291.922	T413	2345.819	0.1042	26391.680
T296	448.647	-0.0004	7817.336	T114	2077.936	0.0349	24816.990
T396	493.533	0.0269	7937.304	T214	2186.639	-0.0334	25445.728
T496	481.376	0.0690	8200.438	T314	2249.045	-0.0370	25090.931
T197	378.772	0.0156	7963.673	T414	2385.482	-0.0994	26016.340
T297	477.879	0.0922	8469.337	T115	2118.985	-0.0529	23836.685
T397	492.939	0.0534	9557.202	T215	2025.117	-0.0013	23344.305
T497	549.929	0.0172	10250.788	T315	2343.494	-0.0236	24189.003
T198	479.261	0.0234	9139.309	T415	2303.868	0.0090	25472.514
T298	513.935	-0.0877	9335.394	T116	2046.773	-0.0265	22618.050
T398	480.366	-0.0025	8873.345	T216	1956.853	-0.0789	22411.465

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11*Datos de las variables para Los Estados Unidos de América.*

EUA							
Periodo	Variables			Periodo	Variables		
	P	A	h		Pref	Tec	h
T181	378.3	382.7	-0.009	T498	1445.7	1154.5	0.024
T281	378.9	384.8	0.026	T199	1466.9	1126.4	0.032
T381	374.6	376.6	-0.004	T299	1509.0	1137.9	0.04
T481	385.3	378.4	0.004	T399	1565.2	1171.3	0.045
T182	374.3	362.0	0.016	T499	1603.8	1200.9	0.054
T282	368.2	364.1	0.027	T100	1668.1	1219.2	0.063
T382	385.3	348.0	0.039	T200	1719.6	1254.7	0.049
T482	370.2	332.1	0.069	T300	1779.0	1285.5	0.038
T183	378.6	337.4	0.053	T400	1778.1	1274.3	0.036
T283	407.7	338.4	0.052	T101	1748.5	1254.5	0.021
T383	439.5	343.5	0.058	T201	1696.8	1213.0	0.01
T483	461.1	350.5	0.041	T301	1662.8	1154.1	0.007
T184	498.1	357.8	0.019	T401	1639.8	1118.0	0.016
T284	519.0	366.7	0.034	T102	1686.9	1140.9	0.025
T384	532.4	374.8	0.053	T202	1739.8	1172.1	0.023
T484	548.0	382.4	0.047	T302	1765.6	1180.5	0.016
T185	535.9	383.4	0.075	T402	1802.9	1164.5	0.027
T285	562.3	382.5	0.039	T103	1777.9	1157.6	0.015
T385	556.8	377.0	0.057	T203	1805.9	1156.2	0.022
T485	578.7	388.3	0.035	T303	1829.1	1187.0	0.03
T186	578.1	400.5	0.015	T403	1894.6	1239.2	0.028
T286	602.7	404.8	0.026	T104	1952.7	1276.6	0.037
T386	619.4	414.1	0.037	T204	2033.0	1293.1	0.028
T486	624.2	429.5	0.046	T304	2053.6	1300.6	0.033
T187	620.5	429.8	0.060	T404	2102.0	1332.1	0.04
T287	636.0	447.5	0.042	T105	2126.8	1352.6	0.021
T387	648.3	466.9	0.037	T205	2151.2	1377.6	0.039
T487	663.2	484.3	0.039	T305	2156.9	1379.2	0.036
T188	660.1	511.2	0.057	T405	2222.0	1418.1	0.021
T288	652.5	525.5	0.036	T106	2269.9	1471.0	0.027
T388	667.9	535.9	0.059	T206	2297.6	1498.5	0.029
T488	688.3	552.2	0.035	T306	2315.2	1495.5	0.019
T189	691.5	568.7	0.027	T406	2321.4	1562.1	0.03
T289	694.8	593.6	0.017	T107	2358.7	1587.7	0.021
T389	693.8	599.7	0.028	T207	2369.4	1615.7	0.013
T489	706.4	608.7	0.039	T307	2368.7	1665.6	0.017
T190	728.8	635.2	0.022	T407	2339.3	1716.7	0.006
T290	727.6	643.1	0.050	T108	2361.6	1737.9	0.016
T390	724.6	648.0	0.033	T208	2340.4	1790.0	0.003
T490	705.2	653.7	-0.009	T308	2293.0	1766.1	-0.004

T191	697.1	657.7	-0.001	T408	2199.5	1669.2	-0.005
T291	709.5	681.6	0.041	T109	1986.7	1535.3	-0.022
T391	729.5	697.8	0.017	T209	1905.7	1539.4	-0.014
T491	745.6	713.5	0.025	T309	1977.0	1593.3	0.002
T192	751.0	726.4	0.068	T409	2063.4	1682.9	0.004
T292	763.4	726.7	0.032	T110	2116.9	1708.2	0.013
T392	775.4	742.1	0.044	T210	2217.8	1748.1	0.024
T492	794.0	745.9	0.045	T310	2296.0	1797.5	0.02
T193	811.2	747.6	0.015	T410	2310.7	1852.6	0.025
T293	827.9	756.5	0.020	T111	2328.5	1862.3	0.016
T393	838.8	754.5	0.047	T211	2345.9	1890.7	0.016
T493	872.5	778.9	0.027	T311	2364.9	1910.6	0.022
T194	892.9	786.5	0.034	T411	2391.3	1929.7	0.001
T294	926.1	813.1	0.029	T112	2405.3	1942.6	0.012
T394	952.2	843.5	0.028	T212	2417.0	1964.4	0.005
T494	979.0	863.0	0.024	T312	2420.9	1974.1	0.002
T195	1000.4	879.6	0.029	T412	2397.8	1971.7	0.005
T295	1009.9	891.9	0.042	T113	2405.5	1991.1	0
T395	1013.4	930.5	0.030	T213	2436.6	2015.5	0.006
T495	1026.4	943.8	0.023	T313	2447.1	2031.0	0.013
T196	1059.7	955.2	0.041	T413	2456.6	2088.6	0.031
T296	1083.4	970.7	0.024	T114	2486.1	2074.1	0.017
T396	1118.6	978.6	0.022	T214	2545.5	2118.0	0.023
T496	1140.6	1039.6	0.022	T314	2538.1	2128.7	0.034
T197	1189.3	1059.4	0.036	T414	2606.2	2152.3	0.043
T297	1229.3	1101.7	0.031	T115	2641.8	2120.6	0.023
T397	1274.6	1127.2	0.049	T215	2660.5	2135.5	0.022
T497	1302.1	1125.7	0.044	T315	2667.6	2120.4	0.02
T198	1351.0	1130.9	0.048	T415	2672.4	2105.8	0.023
T298	1381.9	1118.5	0.053	T116	2668.2	2102.0	0.019
T398	1400.5	1113.3	0.049	T216	2669.7	2111.3	0.03

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12

Datos de las variables para la Unión Europea.

UE							
Periodo	Variables			Periodo	Variables		
	P	A	h		Pref	Tec	h
T195	424429.3	339428.05	337275.6	T405	820235	418167.76	391600.1
T295	433023.5	336521.34	340494.51	T106	839416.6	423144.92	393556.83
T395	432339.6	334699.98	342616.74	T206	852979.7	429804.79	394597
T495	440884.3	334531.77	345377.71	T306	859740.7	432752.17	395497.41
T196	443660	336144.9	344527.26	T406	887161.7	437528.45	396897.53
T296	444595.7	336559.82	346569.39	T107	900986.9	440219.26	398662.88
T396	448981.7	337421.08	347223.27	T207	909466.9	443550.01	400172.23
T496	463069	339997.43	348405.06	T307	927156.9	449054.08	400705.53
T197	473185	340968.28	349728.52	T407	930220.4	451554.12	402353.4
T297	487650.2	347013.76	351331.57	T108	936826	448112.46	405424.57
T397	502075.6	350563.73	352077.62	T208	935287.8	445363.71	407162.63
T497	512778.6	356813.42	353414.69	T308	927946.2	438026.34	408811.73
T198	532559.6	357214.47	353730.93	T408	887533.3	413858.83	410853.85
T298	539166.5	358342.52	355090.45	T109	817435.3	379262.53	411250.95
T398	547009.8	358722.73	356198.68	T209	798752.5	377894.16	412910.65
T498	554538.6	356223.56	357464.47	T309	820996.2	385118.78	414339.26
T199	564394.4	359399.95	359235.23	T409	837577	390089.43	416019.86
T299	576709.9	361410.01	359563.36	T110	858429.9	403289.4	417248.53
T399	591619.5	366487.47	360337.47	T210	898189.5	412020.64	417652.29
T499	607290.8	373338.91	361208.23	T310	908118.1	416758.04	418596.06
T100	627264.8	378767.36	363392.21	T410	926478.8	423805.71	418706.47
T200	648210.9	385517.96	365302.86	T111	939698.3	426949.04	421178.08
T300	666278.3	388819.72	366439.62	T211	940937.3	426521.15	421968.06
T400	690185.5	392886.63	368252.77	T311	943844.9	428518.55	422506.85
T101	679913.9	395619.94	369607.53	T411	932966.1	423964.22	421783.49
T201	677308.3	392243.89	371063.82	T112	935156.6	423386.6	421710.92
T301	670585.4	391370.14	371414.45	T212	933529.4	422910.79	421974.77
T401	664818.1	388555.65	373726.84	T312	934192.4	423397.81	421968.38
T102	666189.4	389892.53	375417.25	T412	929515.2	416374.01	422974.17
T202	675632.9	392876.92	376673.37	T113	930256.1	416241.15	421593.56
T302	677908.2	394388.12	377741.28	T213	941832.2	417571.09	422242.86
T402	687755.2	394424.69	379200.2	T313	954634.8	418220.48	423034.73
T103	694046.5	395707.68	379052.79	T413	961462.8	420773.42	424063.02
T203	690275.4	392968.38	380653.93	T114	971381.2	425662.24	424055.83
T303	694545	395046.63	381552.87	T214	984522.1	426225.38	424031.47
T403	712648.5	400949.08	383285.99	T314	999173.2	426892.22	424755.49
T104	722780.2	403517.95	383496.79	T414	1013331	428653.24	425963.37
T204	741528	406976.87	385421.24	T115	1037228	438445.96	427991.43
T304	751629.2	406835.42	386667.18	T215	1044893	440081.12	428434.83
T404	764104.7	406348.5	387564.99	T315	1057682	443306.78	429301.69

T105	762091.4	408508.02	388077.13	T415	1072345	443642.59	430499
T205	784586.5	410213.67	389865.71	T116	1070740	444416.08	432782.02
T305	797715.2	414040.76	390450.91	T216	1074550	446754.53	433826.1

Fuente: Elaboración propia

ANEXO N° 2.

Derivadas de la función de tecnología:

$$\alpha_t = \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}}$$

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial \alpha_{t-1}} = \left(\frac{1}{2\alpha_{t-1}^{-3/2}} \right) \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}} > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial h_{t-1}} = \left(\frac{1}{h_{t-1}^2} \right) \alpha e^{-\frac{1}{\sqrt{\alpha_{t-1}}} - \frac{1}{h_{t-1}}} > 0$$